

А

Российская академия наук
Российская академия образования
Издательство «Просвещение»

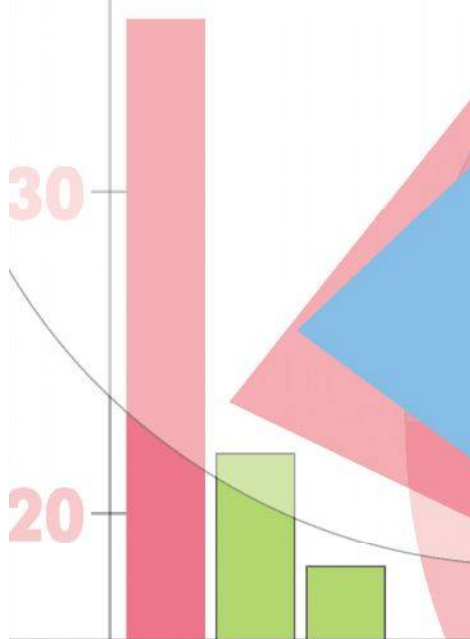
Математика

МЕТОДИЧЕСКИЕ
РЕКОМЕНДАЦИИ

40

30

20



ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

6

Математика

Методические рекомендации
6 класс

Пособие для учителей
общеобразовательных организаций

Москва «Просвещение» 2013

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
М34

Авторы:

С. Б. Суворова, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева,
Л. О. Рослова

М34 **Математика.** Методические рекомендации. 6 класс: пособие для учителей общеобразоват. организаций / [С. Б. Суворова, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова]. — М. : Просвещение, 2013. — 000 с. : ил. — ISBN 978-5-09-027737-2.

Пособие предназначено для учителей, ведущих преподавание по УМК «Математика. 6 класс» под редакцией Г.В. Дорофеева и И. Ф. Шарыгина, который включает учебник, дидактические материалы, рабочие тетради, тематические тесты, методические рекомендации, а также контрольные работы и устные упражнения для 5 – 6 классов. Пособие содержит методические комментарии к каждой главе учебника, рекомендации к решению упражнений, примерное распределение материала всех книг комплекта по изучаемым темам.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-027737-2

© Издательство «Просвещение», 2013
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2013
Все права защищены

Введение

Цель настоящего пособия — дать возможность учителю глубже понять идеологию и основные методические идеи курса математики, реализуемого в линии учебников для 5—6 классов под редакцией Г. В. Дорофеева и И. Ф. Шарыгина, помочь в ежедневной работе по подготовке к урокам, обеспечить практическим и методическим материалом для организации контроля и оценки знаний учащихся.

В разделе «Общая характеристика курса математики 5—6 классов» излагается концепция курса, описывается состав учебно-методического комплекта и функции каждого из входящих в него пособий, даётся характеристика содержания и методических особенностей комплекта, приводится перечень планируемых результатов обучения математике в 5—6 классах.

Раздел «Поурочное планирование учебного материала» послужит учителю основой для организации и распределения учебного времени.

Структура раздела «Рекомендации по организации учебного процесса» соответствует структуре учебника для 5 класса.

По каждой главе учебника приводятся:

- **примерное поурочное планирование учебного материала**, представленное в виде таблицы, включающей характеристику основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий);
- **основные цели**, которые характеризуют требования к усвоению материала главы и выделяют обязательные результаты обучения;
- **обзор главы**, в котором даётся общая характеристика её содержания и методических особенностей, раскрываются причины, по которым принят тот или иной подход к изложению материала, показываются связи изучаемой темы с предыдущим и последующим материалом.

Далее к каждому пункту учебника даны:

- *методический комментарий*, в котором содержатся все необходимые рекомендации по объяснению материала, приводятся предложения по

организации диалогов, обсуждения, обращается внимание на возможные ошибки учащихся и пути их предупреждения, предлагаются дополнительные вопросы, задания, упражнения и др.;

- *комментарий к упражнениям*, в котором содержатся рекомендации по работе с конкретными упражнениями, рассматриваются различные способы решений, приводятся образцы оформления, предлагаются вопросы, которые целесообразно поставить перед учащимися.

Общая характеристика курса математики

5—6 классов

Концепция курса

Учебно-методические комплекты «Математика. 5 класс» и «Математика. 6 класс» — составная часть единой линии УМК по математике для 5—9 классов, в которых преемственные связи прослеживаются не только в содержательном плане, но и в методических подходах.

К общим идеям, составляющим основу концепции курса, относятся:

- интеллектуальное развитие учащихся средствами математики;
- ознакомление с математикой как частью общечеловеческой культуры;
- развитие интереса к математике;
- создание условий для дифференциации обучения;
- внимание к практико-ориентированному знанию.

Центральная идея — *интеллектуальное развитие учащихся средствами математики*, и прежде всего таких его компонентов, как интеллектуальная восприимчивость, способность к усвоению новой информации, подвижность и гибкость, независимость мышления. Эта идея полностью коррелирует с идеологией новых образовательных стандартов, в которых ставится задача эффективного использования потенциала школьных предметов для развития личностных качеств обучаемых.

Идея развивающего обучения реализуется в учебниках через систему методических решений. УМК содержит достаточный и специальным образом организованный учебный материал (теорию и задачи), обеспечивающий формирование универсальных учебных действий. Школьники имеют возможность овладевать исследовательскими и логическими действиями, предполагающими умение видеть проблему, ставить вопросы, наблюдать и проводить эксперименты, делать несложные выводы и умозаключения, обосновывать и опровергать утверждения, сравнивать и классифицировать.

Эффективности интеллектуального развития способствует понимание и осознание самого *процесса мыслительной деятельности* (механизмов рассуждений, умозаключений). Поэтому в доработанных в соответствии с ФГОС изданиях учебников инициируется рефлексия способов и условий действий, акцентируется внимание на собственно процессе решения задачи.

Развитие мышления тесно связано с речью, со способностью грамотно говорить, правильно выражать свои мысли. Свидетельством чёткого и организованного мышления является грамотный математический язык. Обучение математическому языку как специфическому средству коммуникации в его сопоставлении с реальным языком авторы считают важнейшей задачей, для решения которой используются адекватные методические приёмы.

Отличительной особенностью данного УМК является внимание к развитию и формированию различных видов мышления. Этому, в частности, способствует включение в курс большего, чем это бывает традиционно, объёма геометрического материала. Изучая геометрию, учащиеся начинают последовательное продвижение в развитии мышления от конкретных, практических его форм до абстрактных, логических.

Серьёзное внимание в УМК уделяется формированию личностно-ценностного отношения к математическим знаниям, развитию интереса к предмету, знаниям культурологического характера. Авторы ставят целью доступное, живое изложение содержания курса, создание учебников, которые можно читать.

Состав учебно-методического комплекта

Учебники предъявляют содержание и идеологию курса, обеспечивают организацию учебного процесса:

Дорофеев Г. В., Шарыгин И. Ф., Суворова С. Б. и др. Математика. 5 класс / Под ред. Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина. — М.: Просвещение, с 2013.

Дорофеев Г. В., Шарыгин И. Ф., Суворова С. Б. и др. Математика. 6 класс / Под ред. Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина. — М.: Просвещение, с 2013.

Рабочая тетрадь — пособие с печатной основой для работы непосредственно на содержащихся в нём заготовках; применяется преимущественно на первоначальных этапах изучения темы с целью увеличения объёма практической деятельности и разнообразия содержания и форм работы:

Бунимович Е. А., Кузнецова Л. В., Рослова Л. О. Математика. Рабочая тетрадь. 5 класс. В 2 ч. — М.: Просвещение, с 2013.

Бунимович Е. А., Кузнецова Л. В., Рослова Л. О. Математика. Рабочая тетрадь. 6 класс. — М.: Просвещение, с 2014.

Дидактические материалы предназначены для организации самостоятельной дифференцированной работы учащихся; включают обучающие работы, содержащие задания разного уровня сложности, и небольшие проверочные работы, в том числе тесты с выбором ответа, снабжённые ключом — перечнем верных ответов:

Кузнецова Л. В., Минаева С. С., Рослова Л. О. и др. Математика. Дидактические материалы. 5 класс. — М.: Просвещение, с 2013.

Кузнецова Л. В., Минаева С. С., Рослова Л. О. и др. Математика. Дидактические материалы. 6 класс. — М.: Просвещение, с 2014.

Тематические тесты предназначены для текущего оперативного контроля при изучении курса:

Кузнецова Л. В., Минаева С. С., Рослова Л. О. и др. Математика. Тематические тесты. 5 класс. — М.: Просвещение, с 2013.

Кузнецова Л. В., Минаева С. С., Рослова Л. О. и др. Математика. Тематические тесты. 6 класс. — М.: Просвещение, с 2014.

Контрольные работы — пособие, в котором содержатся материалы для тематического контроля (зачёты в четырёх вариантах), итоговые контрольные работы (полугодовые и годовые), итоговые тесты:

Кузнецова Л. В., Минаева С. С., Рослова Л. О. и др. Математика. Контрольные работы. 5 класс. — М.: Просвещение, с 2014.

Кузнецова Л. В., Минаева С. С., Рослова Л. О. и др. Математика. Контрольные работы. 6 класс. — М.: Просвещение, с 2014.

Устные упражнения — пособие, предназначенное для работы на уроке при изучении нового материала и при повторении пройденного:

Минаева С. С. Математика. Устные упражнения. 5 класс. — М.: Просвещение, с 2014.

Минаева С. С. Математика. Устные упражнения. 6 класс. — М.: Просвещение, с 2014.

Методические рекомендации — пособие для учителей, предназначенное помочь им в овладении идеологией и основными методическими идеями курса, облегчить ежедневную работу по подготовке к урокам:

Суворова С. Б., Кузнецова Л. В., Минаева С. С. и др. Математика. Методические рекомендации. 5 класс. — М.: Просвещение, с 2013. (размещено на сайте).

Суворова С. Б., Кузнецова Л. В., Минаева С. С. и др. Математика. Методические рекомендации. 6 класс. — М.: Просвещение, с 2013. (размещено на сайте).

Характеристика содержания курса

В учебниках представлены следующие блоки раздела «Содержание курса» сборника рабочих программ по математике¹: *Арифметика, Алгебра, Геометрия, Вероятность и статистика, Логика и множества*. Кроме того, при изложении основного содержания в учебниках там, где возможно, органично присутствует историко-культурологический фон, что

¹ Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5—9 классы. — 3-е изд. — М.: Просвещение, 2011. — (Стандарты второго поколения).

способствует формированию у школьников представлений о роли математики в развитии цивилизации.

При изучении *арифметического материала* развиваются и систематизируются знания учащихся о натуральных числах, изучаются обыкновенные и десятичные дроби, положительные и отрицательные числа. При этом сохранены методические решения, оправдавшие себя в практике преподавания.

Изучение обыкновенных дробей предшествует изучению десятичных дробей, что усиливает логическую составляющую курса — правила действий с десятичными дробями обосновываются уже известными алгоритмами выполнения действий с обыкновенными дробями. Серьёзное внимание в учебниках уделяется формированию вычислительной культуры; учащиеся знакомятся с различными приёмами вычислений, учатся выбирать рациональные способы, обучаются приёмам прикидки и оценки.

При введении положительных и отрицательных чисел сначала строится множество целых чисел. Это позволяет на простом материале с широким привлечением наглядности рассмотреть все арифметические операции и правила знаков. Затем рассматриваются рациональные числа, и это становится уже вторым проходом всех принципиальных вопросов, что, как показывает опыт, облегчает восприятие материала и способствует прочности приобретаемых навыков.

Значительное место в учебниках отводится решению текстовых задач арифметическим способом. Это помогает развитию умения анализировать условия задачи, устанавливать связи между входящими в него величинами, выстраивать логические цепочки, приводящие к ответу на поставленный вопрос.

Согласно авторской концепции изучение арифметического материала будет продолжено в 7 классе, куда отнесены такие вопросы, как прямо пропорциональные и обратно пропорциональные зависимости, и где получают развитие умения выполнять процентные вычисления в

практических ситуациях, совершенствуются навыки выполнения действий с дробями.

Изучение *элементов алгебры* в курсе 5—6 классов решается следующим образом. В учебниках начиная с 5 класса последовательно используется буквенная символика: буквы применяются для обозначения чисел, для записи общих утверждений. Уделяется внимание конструированию числовых и буквенных выражений, вычислению значений буквенных выражений. В учебник для 6 класса включена специальная тема «Выражения, формулы и уравнения», акцент в которой сделан на содержательную работу с формулами, выражениями, уравнениями — составление формул и вычисление по формулам, выражение из формул одних величин через другие, перевод задач на язык выражений, формул и уравнений. Изучение преобразований мы считаем неэффективным в этом звене, и начало формирования алгебраического аппарата согласно авторской концепции отнесено к 7 классу, где возрастное развитие учащихся в большей степени соответствует усвоению формальных операций.

В учебниках значительное место отводится *наглядной геометрии*. В них включён весь материал, представленный соответствующим разделом сборника рабочих программ. Учащиеся знакомятся с фигурами и их конфигурациями на плоскости и в пространстве, учатся изображать эти фигуры, овладевают некоторыми приёмами построения геометрических фигур, изучают их свойства. Геометрические вопросы равномерно распределены по курсу, и их изучение перемежается с изучением арифметических вопросов, что, по мнению авторов, более эффективно с точки зрения усвоения материала. В соответствии с психологическими особенностями детей этого возраста большая роль в изучении геометрического материала отводится практической деятельности, эксперименту; по мере приобретения учащимися геометрического опыта в курсе увеличивается роль несложных доказательных рассуждений. В процессе решения геометрических задач от учащихся требуется «увидеть»

геометрический объект по его словесному описанию или графическому изображению (рисунку, проекционному чертежу, развёртке), мысленно изменить пространственное положение объекта, представить проекции или сечения и др.

Как показала практика, к началу изучения систематического курса геометрии в 7 классе у учащихся накапливается богатый запас геометрических знаний и представлений, позволяющих легче и увереннее, чем обычно, воспринимать этот курс.

Программный блок *«Вероятность и статистика»* представлен в учебниках начиная с 5 класса. Учащиеся учатся решать комбинаторные задачи путём перебора возможных вариантов, приобретают элементарные умения, связанные со сбором и представлением информации с помощью таблиц и диаграмм.

В 6 классе вводится понятие множества. Теоретико-множественный язык и символика органично включаются в основное содержание курса.

Методические особенности и методический аппарат

Стандарт нацеливает на достижение учащимися личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы. Соответствующие результаты сформулированы по отношению к этапу завершения обучения в основной школе. Вместе с тем авторы данной предметной линии учебников считают необходимым заложить основы формирования соответствующих качеств личности уже в 5—6 классах с учётом возрастных психологических особенностей учащихся и возможностей курса.

К *методическим особенностям* учебников относятся:

- мотивированное и доступное изложение теоретических сведений, формирование понятий на содержательной основе, широкое использование наглядности, опора на здравый смысл, повышение роли интуиции и

воображения как основы для формирования математического мышления и интеллектуальных способностей;

- создание широкого круга математических представлений, лежащих в основе общей культуры человека;
- организация разнообразной практической деятельности, способствующей как формированию умений, так и эффективному умственному развитию, а также способности применять полученные знания в жизненных ситуациях;
- структурирование содержания курса по спирали, что позволяет возвращаться к изученному материалу на новом уровне, включать знания в новые связи, формировать их в системе;
- лично ориентированный стиль изложения, привлечение современных сюжетов, близких жизненному опыту учащихся, в теории и задачном материале, что является средством создания продуктивной мотивации к занятиям математикой;
- реализация технологии уровневой дифференциации, позволяющей каждому учащемуся добиться оптимальных результатов в усвоении курса.

Всё содержание учебников разбито на главы, каждая глава открывается небольшим вступлением, которое вводит учащегося в круг рассматриваемых проблем, создаёт определённую мотивацию. Главы подразделяются на пункты, каждый из которых включает объяснительный текст и упражнения.

Объяснительный текст пункта разбит на смысловые фрагменты, завершающиеся вопросами и заданиями для учащихся, которые позволяют проверить, понято ли прочитанное, акцентировать внимание на главном. Их задача — организовать работу учащегося с учебным текстом (поиск информации в тексте, переформулировка, воспроизведение утверждений, приведение своих примеров и др.).

Методический аппарат учебников ориентирован на формирование у учащихся способности к осознанному выбору уровня овладения материалом, индивидуальной траектории учебной деятельности. Этому способствует

выделение групп **А** и **Б** в системе упражнений. Упражнения к пункту разбиты на группы **А** (базовый уровень) и **Б** (более высокие уровни); диапазон сложности заданий широк и достаточен для работы с учащимися, имеющими разные уровни подготовки. В тексте и системе упражнений даны образцы решения, советы, подсказки, что помогает включению ученика в учебную работу.

Ряд заданий снабжён «указателями», которые выделяют в системе упражнений сквозные рубрики. Тем самым выделяется определённый вид учебной деятельности. Это позволяет ученику стать активным субъектом учения в плане освоения универсальных учебных действий. Так, задания, снабжённые указателями «Работаем с символами», «Действуем по правилу», выполняются на этапе введения новых элементов математического языка, закрепления нового алгоритма. Через задания рубрики «Верно или неверно» учащиеся целенаправленно обучаются приёмам самоконтроля и самопроверки при изучении самых разных разделов. Кроме того, они учатся распознавать верные и неверные утверждения, опровергать неверные утверждения с помощью контрпримера.

Система упражнений насыщена заданиями, направленными на формирование логического мышления учащихся. Выделены специальные рубрики «Рассуждаем», «Анализируем», «Исследуем», «Ищем закономерность» и др. Учащиеся в ходе выполнения упражнений обучаются некоторым приёмам доказательных рассуждений, учатся проводить обоснования со ссылкой на правила, свойства и признаки.

В курсе математики 5—6 классов учебная цель, как правило, — это решение математической задачи. Формирование умения самостоятельно найти идею решения, спланировать ход решения — серьёзная методическая проблема. Чтобы помочь учащемуся приступить к решению, в учебниках ряд задач снабжён советами, указаниями и подсказками, которые помогают ученику увидеть идею решения и начать решение. С помощью рубрики «Разбираем способ решения» учащиеся получают возможность

познакомиться с идеей нового способа, разобраться в её применении и воспользоваться в решении последующих задач. В учебниках постоянно подчёркивается возможность действовать при решении задач разными способами, применять различные приёмы и алгоритмы, при этом учащемуся предоставляется право выбирать тот способ, который ему более удобен и понятен.

В конце каждого пункта размещена группа упражнений, обозначенная буквой **П**. В неё включены задания для повторения, связанные с действиями над числами, с решением текстовых задач, а также заданий геометрического характера. Они служат для лучшего запоминания опорного материала, совершенствования знаний учеников в плане повышения уровня их полноты, обобщённости и системности и тем самым способствуют целенаправленной работе учителя по организации повторения.

Заключительный структурный элемент каждой главы — фрагмент «Чему вы научились», который позволяет ученику самостоятельно проверить, достиг ли он уровня обязательных требований, обнаружить пробелы, осознать свои возможности при выполнении более сложных заданий. Учащийся может по ходу изучения материала главы или при подведении итогов соотнести свои умения с требуемыми и при необходимости скорректировать их при подготовке к контролю.

С целью воспитания культуры работы с книгой, обучения поиску необходимой информации в конце учебника даётся предметный указатель.

Компьютерное обеспечение

Компьютерная поддержка курса математики создаёт принципиально новые (дополнительные) возможности для организации усвоения содержания курса. Она позволяет не только обогатить содержание, но и обеспечить новые активные формы и способы овладения им. Большое количество качественных образовательных ресурсов по всем предметам и классам размещено на сайтах Федерального центра информационных

образовательных ресурсов (ФЦИОР) (<http://fcior.edu.ru>) и Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов (ЕК ЦОР) (<http://school-collection.edu.ru>), федеральном портале «Российское образование» (<http://www.edu.ru>) и на прочих образовательных порталах.

На сайте <http://school-collection.edu.ru> можно найти электронное издание (ЭИ) «Математика. 5—11 классы», созданное по заказу Национального фонда подготовки кадров под руководством канд. физ.-мат. наук В. А. Булычёва при участии авторов учебников по математике Г. В. Дорофеева, С. Б. Суворовой, С. С. Минаевой, Л. О. Рословой.

Не подменяя собой учебник или другие учебные пособия, ЭИ обладает собственными дидактическими функциями:

- предъявление подвижных зрительных образов в качестве основы для осознанного овладения математическими фактами; особенное значение это приобретает на этапе введения нового знания;
- отработка в интерактивном режиме элементарных базовых умений;
- усиление значимости и повышение удельного веса в учебном процессе исследовательской деятельности учащихся;
- возможность увеличения объёма предъявляемой для изучения информации, а также собственной практической деятельности ученика;
- увеличение доли содержательной работы ученика за счёт снятия проблем технического характера.

Мультимедийная среда организована таким образом, что при обучении математике более значимыми становятся наблюдение, разного рода эксперименты, математическое моделирование, конструирование. ЭИ содержит список виртуальных лабораторий, включающих инструментарий, который может использоваться учеником как при решении упражнений, снабжая его соответствующим компьютерным инструментом, так и для самостоятельного изучения возможностей применения этого инструментария. Кроме того, учитель может подготовить с помощью любой

из виртуальных лабораторий набор собственных примеров для демонстрации и объяснения материала.

Учебный материал распределён в ЭИ по содержательным линиям. Внутри содержательной линии основной информационной единицей является тема, которая подразделяется на пункты. Пункт включает «Основные сведения» — краткий справочный материал, «Знакомство с инструментарием» — звуковое описание, демонстрация возможностей и задания, позволяющие овладеть инструментарием, «Упражнения», в ходе выполнения которых осваивается содержание. В него включены также методические рекомендации для учителя по работе с мультимедиакомплексом.

Инструментарий, применяемый в ЭИ, весьма разнообразен, прост в употреблении и вполне адекватен целям обучения математике. Приведём примеры. При изучении темы «Делимость чисел» для усиления внимания к идейным аспектам этой сложной темы (за счёт снятия проблем технического характера и создания условий для наблюдения, экспериментирования, обеспечения возможности работы с обширным числовым материалом) используется следующий набор компьютерных инструментов из виртуальной лаборатории «Делимость чисел»: «Деление с остатком», «Разложение на два множителя», «Разложение на простые множители» и диаграмма «Количество простых делителей».

Активно используются средства виртуальных лабораторий в наглядной геометрии, в частности для решения задач на равносторонность, в которых из предложенных частей нужно собрать заданные фигуры, для построения проекционных изображений многогранников на основе их интерактивных 3D-моделей, для реконструкции модели многогранника по её проекционному изображению. При изучении дробей и процентов используется инструментарий, названный условно «Квадрат» и «Круг». Эти дидактические средства красочны и привлекательны для учеников, создают положительный эмоциональный фон для усиления роли наглядности и

создания предпосылок для использования содержательных подходов при введении основных понятий и их применения.

В указанном ЭИ имеется инструментарий, используемый в теме «Таблицы и диаграммы», при изучении которой важно научить школьников адекватно воспринимать информацию, заданную в табличной или графической форме, быстро извлекать из таблиц и диаграмм информацию, необходимую для ответа на конкретный вопрос (или определять отсутствие таковой), самостоятельно представлять статистические данные в виде таблиц и диаграмм, наиболее удобных для восприятия.

Особый вид упражнений, так называемый «Экспресс-контроль», предназначен для проверки важных практических умений, которыми должен владеть каждый учащийся. Каждый ученик получает один из шести вариантов контрольных заданий, выбранный случайным образом. В ЭИ реализована система общения учителя с учениками в виде классного журнала, одна из функций которого состоит в получении решения ученика на экране компьютера у учителя (причём не только ответа, но и состояния лаборатории).

Планируемые результаты обучения математике

в 5—6 классах

Арифметика

Натуральные числа. Дроби

Ученик научится:

- понимать особенности десятичной системы счисления;
- понимать и использовать термины и символы, связанные с понятием степени числа; вычислять значения выражений, содержащих степень с натуральным показателем;
- применять понятия, связанные с делимостью натуральных чисел;
- оперировать понятием обыкновенной дроби, выполнять вычисления с обыкновенными дробями;

- оперировать понятием десятичной дроби, выполнять вычисления с десятичными дробями;
- понимать и использовать различные способы представления дробных чисел; переходить от одной формы записи чисел к другой, выбирая подходящую для конкретного случая форму;
- оперировать понятиями отношения и процента;
- решать текстовые задачи арифметическим способом;
- применять вычислительные умения в практических ситуациях, в том числе требующих выбора нужных данных или поиска недостающих.

Ученик получит возможность:

- проводить несложные доказательные рассуждения;
- исследовать числовые закономерности и устанавливать свойства чисел на основе наблюдения, проведения числового эксперимента;
- применять разнообразные приёмы рационализации вычислений.

Рациональные числа

Ученик научится:

- распознавать различные виды чисел: натуральное, положительное, отрицательное, дробное, целое, рациональное; правильно употреблять и использовать термины и символы, связанные с рациональными числами;
- отмечать на координатной прямой точки, соответствующие заданным числам; определять координату отмеченной точки;
- сравнивать рациональные числа;
- выполнять вычисления с положительными и отрицательными числами.

Ученик получит возможность:

- выполнять вычисления с рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы вычислений, применяя при необходимости калькулятор;
- использовать приёмы, рационализирующие вычисления;
- контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

Измерения, приближения, оценки

Ученик научится:

- округлять натуральные числа и десятичные дроби;
- работать с единицами измерения величин;
- интерпретировать ответ задачи в соответствии с поставленным вопросом.

Ученик получит возможность:

- использовать в ходе решения задач представления, связанные с приближёнными значениями величин.

Алгебра

Алгебраические выражения. Уравнения

Ученик научится:

- использовать буквы для записи общих утверждений (например, свойств арифметических действий, свойств нуля при умножении), правил, формул;
- оперировать понятием «буквенное выражение»;
- осуществлять элементарную деятельность, связанную с понятием «уравнение»;
- выполнять стандартные процедуры на координатной плоскости: строить точки по заданным координатам, находить координаты отмеченных точек.

Ученик получит возможность:

- приобрести начальный опыт работы с формулами: вычислять по формулам, в том числе используемым в реальной практике; составлять формулы по условиям, заданным задачей или чертежом;
- переводить условия текстовых задач на алгебраический язык, составлять соответствующее уравнение;
- познакомиться с идеей координат, с примерами использования координат в реальной жизни.

Вероятность и статистика

Описательная статистика

Ученик научится:

- работать с информацией, представленной в форме таблицы, столбчатой или круговой диаграммы.

Ученик получит возможность:

- понять, что одну и ту же информацию можно представить в разной форме (в виде таблиц или диаграмм), и выбрать для её интерпретации более наглядное представление.

Геометрия

Наглядная геометрия

Ученик научится:

- распознавать на чертежах, рисунках, в окружающем мире плоские геометрические фигуры, конфигурации фигур, описывать их, используя геометрическую терминологию и символику, описывать свойства фигур;
- распознавать на чертежах, рисунках, в окружающем мире пространственные геометрические фигуры, описывать их, используя геометрическую терминологию, описывать свойства фигур; распознавать развёртки куба, параллелепипеда, пирамиды, цилиндра и конуса;
- изображать геометрические фигуры и конфигурации с помощью чертёжных инструментов и от руки, на нелинованной и клетчатой бумаге;
- измерять с помощью инструментов и сравнивать длины отрезков и величины углов, строить отрезки заданной длины и углы заданной величины;
- выполнять простейшие умозаключения, опираясь на знание свойств геометрических фигур, на основе классификаций углов, треугольников, четырёхугольников;

- вычислять периметры многоугольников, площади прямоугольников, объёмы параллелепипедов;
- распознавать на чертежах, рисунках, находить в окружающем мире и изображать: симметричные фигуры; две фигуры, симметричные относительно прямой; две фигуры, симметричные относительно точки;
- применять полученные знания в реальных ситуациях.

Ученик получит возможность:

- исследовать и описывать свойства геометрических фигур (плоских и пространственных), используя наблюдение, измерение, эксперимент, моделирование, в том числе компьютерное моделирование и эксперимент;
- конструировать геометрические объекты, используя бумагу, пластилин, проволоку и т. д.;
- конструировать орнаменты и паркеты, изображая их от руки, с помощью инструментов, а также используя компьютер;
- определять вид простейших сечений пространственных фигур, получаемых путём предметного или компьютерного моделирования.

Поурочное планирование учебного материала

Приводимое ниже поурочное планирование носит рекомендательный характер. Оно отражает некоторый усреднённый опыт, и, естественно, в конкретном классе при конкретных условиях число уроков на изучение того или иного пункта, главы может меняться. Тем не менее мы считаем целесообразным помещению его в пособие, так как оно служит своего рода ориентиром как для учителя, впервые ведущего преподавание по данному учебному комплекту, так и для опытного учителя. Поурочное планирование поможет увидеть, насколько сильно вы отстаёте или опережаете основную группу классов. Если на изучение какого-либо материала у вас уходит существенно больше времени, чем рекомендовано в планировании, это должно послужить сигналом о том, что вы слишком задерживаетесь на этом вопросе, поэтому следует пересмотреть свой план и опустить ряд задач (оставить их для последующего повторения или не рассматривать вовсе).

1-й вариант: 5 уроков в неделю, всего 170 уроков.

2-й вариант: 6 уроков в неделю, всего 204 урока.

Глава и пункт учебника	Число уроков	
	1-й вариант	2-й вариант
Глава 1. Дроби и проценты	18	22
1.1. Что мы знаем о дробях	2	3
1.2. Вычисления с дробями	2	3
1.3. «Многоэтажные» дроби	2	2
1.4. Основные задачи на дроби	3	4
1.5. Что такое процент	5	6
1.6. Столбчатые и круговые диаграммы	2	2
<i>Обзор и контроль</i>	2	2

Глава 2. Прямые на плоскости и в пространстве	7	9
2.1. Пересекающиеся прямые	2	3
2.2. Параллельные прямые	2	3
2.3. Расстояние	2	2
<i>Обзор и контроль</i>	1	1
Глава 3. Десятичные дроби	9	12
3.1. Десятичная запись дробей	2	3
3.2. Десятичные дроби и метрическая система мер	1	2
3.3. Перевод обыкновенной дроби в десятичную	2	2
3.4. Сравнение десятичных дробей	2	3
<i>Обзор и контроль</i>	2	2
Глава 4. Действия с десятичными дробями	31	33
4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей	4	5
4.2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000	3	3
4.3. Умножение десятичных дробей	5	5
4.4. Деление десятичных дробей	5	6
4.5. Деление десятичных дробей (продолжение)	4	4
4.6. Округление десятичных дробей	3	3
4.7. Задачи на движение	4	4
<i>Обзор и контроль</i>	3	3
Глава 5. Окружность	9	11
5.1. Окружность и прямая	2	2
5.2. Две окружности на плоскости	2	2
5.3. Построение треугольника	2	3
5.4. Круглые тела	1	2
<i>Обзор и контроль</i>	2	2

Глава 6. Отношения и проценты	14	17
6.1. Что такое отношение	2	3
6.2. Деление в данном отношении	3	3
6.3. «Главная» задача на проценты	4	5
6.4. Выражение отношения в процентах	3	4
<i>Обзор и контроль</i>	2	2
Глава 7. Симметрия	8	11
7.1. Осевая симметрия	2	2
7.2. Ось симметрии фигуры	2	4
7.3. Центральная симметрия	2	3
<i>Обзор и контроль</i>	2	2
Глава 8. Выражения, формулы, уравнения	15	17
8.1. О математическом языке	2	3
8.2. Буквенные выражения и числовые подстановки	2	3
8.3. Формулы. Вычисления по формулам	3	3
8.4. Формулы длины окружности, площади круга и объёма шара	2	2
8.5. Что такое уравнение	4	4
<i>Обзор и контроль</i>	2	2
Глава 9. Целые числа	14	16
9.1. Какие числа называют целыми	1	2
9.2. Сравнение целых чисел	2	2
9.3. Сложение целых чисел	3	3
9.4. Вычитание целых чисел	3	3
9.5. Умножение и деление целых чисел	3	4
<i>Обзор и контроль</i>	2	2

Глава 10. Множества. Комбинаторика	9	11
10.1. Понятие множества	2	2
10.2. Операции над множествами	2	2
10.3. Решение задач с помощью кругов Эйлера	2	2
10.4. Комбинаторные задачи	3	3
<i>Обзор и контроль</i>	—	2
Глава 11. Рациональные числа	16	19
11.1. Какие числа называют рациональными	2	3
11.2. Сравнение рациональных чисел. Модуль числа	2	3
11.3. Действия с рациональными числами	5	6
11.4. Что такое координаты	2	2
11.5. Прямоугольные координаты на плоскости	3	3
<i>Обзор и контроль</i>	2	2
Глава 12. Многоугольники и многогранники	10	12
12.1. Параллелограмм	3	4
12.2. Площади	3	3
12.3. Призма	2	3
<i>Обзор и контроль</i>	2	2
Повторение. Итоговые контрольные работы (за 1-е полугодие и за год)	10	14

В поурочном планировании предусмотрены уроки для проведения контроля. Ссылки на материалы для текущего и тематического контроля приводятся в рекомендациях по каждой главе учебника. Материалы для организации итогового контроля указаны в таблице.

Пособие	Материалы для контроля
Контрольные работы	Контрольная работа за первое полугодие
	Итоговый тест 1. Десятичные дроби. Проценты и отношения
	Итоговый тест 2. Рациональные числа. Буквы и формулы
	Итоговый тест 3. Элементы геометрии
	Итоговая контрольная работа за 6 класс
Тематические тесты	Итоговый тест за курс 6 класса

Рекомендации по организации учебного процесса

Глава 1. Дроби и проценты (18 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Дидактические материалы	Характеристика деятельности учащихся
1.1. Что мы знаем о дробях	2	1—11 (с. 3—6)	О-1	Моделировать в графической и предметной форме обыкновенные дроби, свойства дробей (в том числе с помощью компьютера). Сравнивать и упорядочивать обыкновенные дроби, применять различные приёмы сравнения. Выполнять сокращение дробей. Соотносить дробные числа с точками координатной прямой. Проводить числовые эксперименты, на их основе делать выводы, объяснять их
1.2. Вычисления с дробями	2	—	О-2, О-3, О-4,	Формулировать и применять правила

			О-5, П-1, П-2, П-3, П-4	выполнения арифметических действий с дробями, выполнять вычисления с дробными числами. Анализировать различные ситуации, связанные с применением дробей, и проводить несложные рассуждения, приводящие к ответу на поставленные вопросы. Решать задачи, включающие дроби, составлять план решения задачи, комментировать свои действия
1.3. «Многоэтажные» дроби	2	—	О-6, «Проверь себя»	Использовать дробную черту как знак деления. Применять различные способы вычисления значений дробных выражений, преобразовывать «многоэтажные» дроби
1.4. Основные задачи на дроби	3	—	О-7, О-8, «Проверь себя», П-5, П-6	Распознавать и решать основные задачи на дроби, применять разные способы нахождения части числа и числа по его части, комментировать свои действия. Применять полученные знания в ситуациях из

				реальной жизни. Анализировать и осмысливать текст задачи, моделировать условие с помощью схем и рисунков; строить логическую цепочку рассуждений; выполнять самоконтроль, проверяя ответ на соответствие условию
1.5. Что такое процент	5	12—22 (с. 7—10)	О-9, О-10, «Проверь себя», П-7, П-8	Объяснять, что такое процент, использовать и понимать стандартные обороты речи со словом «процент»; находить информацию, связанную с процентами, в СМИ. Выражать проценты в дробях и дроби в процентах. Моделировать понятие процента в графической форме (в том числе с помощью компьютера). Решать задачи на нахождение нескольких процентов величины; применять понятие процента в практических ситуациях. Анализировать текст задачи, проводить числовые эксперименты, моделировать условие

				с помощью схем и рисунков
1.6. Столбчатые и круговые диаграммы	2	1—7 (с. 97—102)	—	Объяснять, в каких случаях для представления информации используются столбчатые диаграммы, а в каких — круговые. Извлекать и интерпретировать информацию из готовых диаграмм, выполнять несложные вычисления по данным, представленным на диаграмме. Строить в несложных случаях столбчатые и круговые диаграммы по данным, представленным в табличной форме. Проводить исследования простейших социальных явлений по готовым диаграммам
Обзор и контроль	2			

Основные цели: закрепить и развить навыки действий с обыкновенными дробями; познакомить учащихся с понятием «процент», сформировать понимание часто встречающихся оборотов речи со словом «процент»; познакомить учащихся со способами представления информации в виде таблиц и диаграмм.

Обзор главы. В изложении материала выделяются три блока: обыкновенные дроби, проценты и диаграммы.

Первые уроки отводятся систематизации и развитию сведений об обыкновенных дробях. Новым здесь является рассмотрение «многоэтажных» дробей. Учащиеся должны уметь находить значения таких выражений любым из предлагаемых в учебнике способов, при этом не следует увлекаться громоздкими заданиями.

Продолжается решение трёх основных задач на дроби. Учащиеся могут пользоваться двумя приёмами — содержательным на основе смысла дроби и формальным на основе соответствующего правила. На этом этапе следует поощрять использование второго приёма. В обязательные результаты включается задача на нахождение дроби числа. Именно это умение прежде всего необходимо для изучения процентов на последующих уроках.

Следующий блок в данной главе — проценты. Методика изложения данного вопроса в учебнике и система упражнений нацелены на формирование ряда важных с практической точки зрения умений, связанных с «ощущением» понятия процента. Формируется понимание процента как специального способа выражения доли величины, умение соотносить процент с соответствующей дробью (особенно в некоторых специальных случаях — 50%, 20%, 25% и т. д.), умение выполнять прикидку и оценку. Из расчётных задач здесь рассматривается одна — нахождение процента некоторой величины. Желательно, чтобы учащиеся научились применять и некоторые рациональные приёмы вычислений для специальных случаев (например, нахождение 10%, 25%, 50% и т. п.).

Изучение процентов будет продолжено в теме «Отношения и проценты», а также в 7 классе.

Последний блок в данной теме — столбчатые и круговые диаграммы. Продвижение по сравнению с 5 классом заключается в том, что здесь рассматриваются более сложные и разнообразные жизненные ситуации, в которых используются таблицы и диаграммы. Новым элементом является работа с круговыми диаграммами.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Зачёт 1. Обыкновенные дроби.

Пособие «Тематические тесты». Тест 1. Сравнение дробей. Действия с дробями. Тест 2. Основные задачи на дроби. Тест 3. Проценты.

1.1. Что мы знаем о дробях

Методический комментарий

Материал пункта направлен на восстановление и обогащение основных знаний о дробях, полученных учащимися в 5 классе: знаменатель и числитель дроби, основное свойство дроби, сокращение дробей и приведение их к новому знаменателю, различные способы сравнения дробей. Достаточный набор упражнений, наглядно моделирующих указанные вопросы, содержится в рабочей тетради.

Специальное внимание следует уделить одному из наиболее сложных вопросов — приведению дробей к общему знаменателю. Основной приём, принятый в учебнике, — нахождение общего знаменателя путём перебора чисел, кратных одному из знаменателей, преимущественно большему. Этот приём в объяснительном тексте учебника рассматривается в примере 3 в связи с решением задачи на сравнение дробей.

Комментарий к упражнениям

$$8. б) \frac{1313}{7777} = \frac{13 \cdot 101}{77 \cdot 101} = \frac{13}{77};$$

$$\frac{131313}{777777} = \frac{13 \cdot 10101}{77 \cdot 10101} = \frac{13}{77}.$$

9. Приём сокращения подобных дробей рассмотрен в примере 2. Не надо требовать от учащихся сразу сокращать дроби на наибольший общий делитель числителя и знаменателя. Дробь можно сокращать постепенно, подбирая общие делители, например в задании «б» дробь $\frac{700}{840}$ сокращают

$$\text{так: } \frac{700}{840} = \frac{70}{84} = \frac{35}{42} = \frac{5}{6}, \text{ или иначе } \frac{700}{840} = \frac{100}{120} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

11. б) Если привести дроби к знаменателю 18, то получим дробь $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$, расположенную между данными числами. (Может быть, кто-то из учащихся сразу увидит, что $\frac{4}{9} < \frac{1}{2}$, а $\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$, т. е. $\frac{1}{2}$ находится между данными числами.) Увеличивая общий знаменатель дробей, будем получать больше чисел, расположенных между ними. Например: $\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$, $\frac{5}{9} = \frac{15}{27}$; между ними находятся дроби $\frac{13}{27}$ и $\frac{14}{27}$.

12. а) Предложите учащимся выделить из каждой дроби $\frac{1}{2}$ и сравнить оставшиеся доли.

б) Первая дробь меньше половины, т. е. дроби $\frac{1}{2}$, на $\frac{1}{48}$, вторая — на $\frac{1}{36}$, третья — на $\frac{1}{72}$, т. е. наибольшая из дробей — третья.

1.2. Вычисления с дробями

Методический комментарий

Материал пункта предназначен для восстановления и развития умений выполнять действия с дробями. Системой упражнений предусмотрены все основные моменты, на которые надо обратить внимание в ходе повторения. Если обнаружится, что какой-то вопрос должен быть проработан более обстоятельно, то учитель для этого может использовать дидактические материалы.

На этих уроках полезно уделить внимание устным упражнениям. Желательно, чтобы учащиеся могли производить в уме такие вычисления:

$$\text{а) } \frac{1}{3} + \frac{1}{3}, \frac{2}{5} + \frac{4}{5}, \frac{1}{3} + \frac{1}{2}, \frac{1}{10} + \frac{1}{5}, 4\frac{2}{7} + 5, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}, \frac{3}{4} + \frac{3}{4}, \frac{1}{5} + \frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, \\ 2\frac{1}{6} + \frac{5}{6}, \frac{1}{12} + \frac{1}{12}, \frac{5}{7} + \frac{2}{7}, \frac{1}{7} + \frac{1}{2}, \frac{1}{6} + \frac{1}{2}, 1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4};$$

$$\text{б) } 1 - \frac{5}{8}, 2 - 1\frac{2}{3}, \frac{4}{5} - \frac{2}{5}, \frac{4}{5} - \frac{2}{5}, \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{5}{8} - \frac{1}{4}, 2 - \frac{3}{4}, 4 - 2\frac{1}{2}, \frac{7}{10} - \frac{1}{10}, \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \\ 2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2}, 3 - \frac{1}{9}, 6 - 3\frac{3}{7}, \frac{7}{8} - \frac{5}{8}, \frac{1}{2} - \frac{1}{7}, 3\frac{1}{2} - \frac{1}{6};$$

$$\text{в) } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}, 4 \cdot \frac{1}{9}, \frac{3}{5} \cdot 2, \left(\frac{1}{4}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^3, \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4}, 20 \cdot \frac{1}{5}, \frac{1}{2} \cdot 10, \left(\frac{2}{3}\right)^2, \left(\frac{1}{5}\right)^3, \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3}, \\ 3 \cdot 1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{2} \cdot 4, \left(1\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{3}{10}\right)^3;$$

$$\text{г) } \frac{1}{3} : \frac{1}{2}, \frac{1}{3} : 2, 2 : \frac{1}{4}, \frac{3}{5} : \frac{5}{3}, 1 : \frac{1}{10}, \frac{1}{2} : \frac{1}{3}, 1\frac{1}{3} : 2, 2 : 1\frac{1}{2}, \frac{2}{7} : \frac{2}{7}, 1 : \frac{7}{8}, 1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}, \\ 2\frac{1}{2} : 2, 2 : \frac{2}{3}, 1\frac{1}{2} : \frac{3}{2}, 1 : \frac{2}{9};$$

$$\text{д) } \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}, 1 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3, 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{3} : \frac{1}{3}, \\ 1 - \left(2 \cdot \frac{1}{3}\right)^2.$$

Задания обязательно должны быть написаны на доске, так как это в значительной степени снимает трудности при выполнении действий в уме.

Комментарий к упражнениям

24, 30. При выполнении пунктов «в»—«е» обратите внимание учащихся на то, что целесообразно сначала записать выражения с одной общей чертой дроби, как в пунктах «а» и «б», а затем выполнять вычисления.

21, 26. Желательно моделировать рисунком условие и ход решения подобных задач.

29. Заметим, что числители данных сумм будут равны и придётся сравнивать лишь их знаменатели (24, 28, 30 и 18), т. е. надо расположить суммы в порядке убывания их знаменателей.

33. Задача на совместную работу:

1) $1 : 12 = \frac{1}{12}$ — такую часть забора покрасят за 1 ч при совместной работе;

2) $1 : 21 = \frac{1}{21}$ — такую часть забора покрасит отец за 1 ч;

3) $\frac{1}{12} - \frac{1}{21} = \frac{1}{28}$ — такую часть забора покрасит сын за 1 ч;

4) $1 : \frac{1}{28} = 28$ (ч) — время работы сына.

34. а) См. рисунок 1. Отрезок разделён на 6 частей: $MC = EN$, $AC = BE$, $AD = DB$. *Дополнительный вопрос:* «Сколько всего получилось отрезков?»

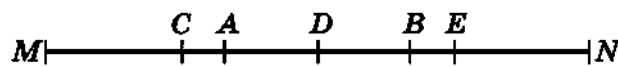


Рис. 1

б) $MC = \frac{1}{4} MN$, $AC = \frac{1}{12} MN$, $AD = \frac{1}{6} MN$.

35. Верёвку длиной $\frac{2}{3}$ м нужно разрезать на два куска, один из которых равен $\frac{1}{2}$ м. Чему равен второй кусок? $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ (м).

Какую часть от всей длины верёвки составляет кусок длиной $\frac{1}{6}$ м? Так как $\frac{2}{3}$ — это $\frac{4}{6}$, то $\frac{1}{6}$ м — это четверть от $\frac{2}{3}$ м, т. е. четверть всей верёвки.

Теперь понятно, как получить $\frac{1}{2}$ м: можно сложить верёвку пополам и одну половину ещё раз пополам, а затем отрезать получившуюся четверть верёвки; оставшийся кусок будет равен $\frac{1}{2}$ м.

1.3. «Многоэтажные» дроби

Методический комментарий

При изучении материала этого пункта учащиеся приобретают важный для дальнейшего обучения опыт записи частного с помощью дробной черты. При вычислении значения «многоэтажной» дроби учащиеся могут действовать любым удобным для них способом: выполнять вычисления по действиям, записывая каждое из них отдельно, либо ведя записи цепочкой; упрощать дробь с помощью основного свойства.

1.4. Основные задачи на дроби

Методический комментарий

В этом пункте повторяются известные учащимся из 5 класса методы решения основных задач на дроби. Их два: опора на смысл понятия дроби и умножение или деление на дробь. При первом способе вычисления выполняются в два шага, смысл каждого из которых учащимся понятен. Если ученик верно решает задачу этим способом, то нет оснований для снижения ему отметки. Однако надо пояснить, что второй способ делает решение

задачи короче и что некоторые более сложные задачи можно решить только вторым способом (например, упражнения 77 и 78).

Следует иметь в виду, что три основные задачи на дроби будут основой для обучения школьников решению задач на проценты, начиная уже со следующего пункта учебника.

Комментарий к упражнениям

58. При решении этой и следующих задач полезно, как и в 5 классе, использовать схематические рисунки.

66, 67. Решая задачи такого типа, учащиеся должны сначала выражать ответ дробью, а потом, если удаётся, сокращать её. Например, упражнение

66 «а»: 160 г от 200 г составляют $\frac{160}{200}$; $\frac{160}{200} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$.

70. Сравним результаты, выраженные частью попаданий: $\frac{60}{80}$, т. е. $\frac{3}{4}$, и $\frac{50}{60}$, т. е. $\frac{5}{6}$. Так как $\frac{3}{4}$ меньше $\frac{5}{6}$, то результат второго стрелка выше.

72. а) Рекомендуется рассмотреть два способа решения.

1-й способ. 1) $75 \cdot \frac{3}{5} = 45$ (с.) — ученик прочитал в первый день;

2) $75 - 45 = 30$ (с.) — осталось прочитать после первого дня;

3) $30 \cdot \frac{2}{5} = 12$ (с.) — ученик прочитал во второй день;

4) $30 - 12 = 18$ (с.) — столько страниц осталось прочитать.

2-й способ. 1) $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ — такую часть книги осталось прочитать

после первого дня;

2) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$ — такую часть книги ученик прочитал во второй день;

3) $\frac{2}{5} - \frac{4}{25} = \frac{6}{25}$ — такую часть книги осталось прочитать после двух дней;

4) $75 \cdot \frac{6}{25} = 18$ (с.) — столько страниц осталось прочитать.

75. $6 : \left(\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4} \right) = 14$ (кг) — таков урожай ягод. Так как ягоды, собранные сыном, составили $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3}{7}$ всего урожая, то мама собрала $\frac{1}{7}$ всего урожая.

Если такой способ рассуждения окажется трудным, то можно решать «прямым способом»: найти массу ягод, собранных вместе мамой и сыном, затем — мамой, и найти, какую часть от 14 кг составляет эта величина.

78. 1) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ — такая часть круга закрашена синим цветом;

2) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ — такая часть круга закрашена красным цветом.

1.5. Что такое процент

Методический комментарий

При изучении материала данного пункта можно выделить два блока: первый блок имеет цель сформировать понимание процента как специального способа выражения доли величины (упражнения **84—102** из учебника, упражнения **12—18** из рабочей тетради), создать представление у учащихся о целом как 100% величины (упражнения **88—90** из учебника, упражнение **19** из рабочей тетради); второй блок — научить находить несколько процентов величины (упражнения **103—108, 112—114** из учебника, упражнения **20—22** из рабочей тетради). В ходе решения задач учащиеся встречаются с практическими ситуациями, связанными с использованием понятия «процент».

Учителю необходимо иметь в виду, что материал данного пункта лишь первый этап в изучении этой темы и здесь следует сосредоточить внимание

учащихся на главном: понять, что такое процент, и научиться решать задачу на нахождение нескольких процентов величины. Такие задачи, как и соответствующие задачи на дроби, должны решаться в два действия.

Желательно, чтобы учащиеся постепенно запоминали некоторые числовые факты. Например, что 50% — это $\frac{1}{2}$, 10% — $\frac{1}{10}$, 25% — $\frac{1}{4}$, 75% — $\frac{3}{4}$, 20% — $\frac{1}{5}$. А как результат выполнения упражнения **111** можно рекомендовать запомнить такой факт: 33% — это примерно $\frac{1}{3}$. Полезно обратить внимание на то, что, например, 20% величины вдвое больше, чем её 10%, что 30% — это 3 раза по 10% и т. д. Поэтому иногда удобнее найти сначала не 1% величины, а её 10%, а затем 30% и т. д. (упражнения **102**, **103** «а», **106**, **108** «б»).

Определённое внимание уделяется работе с «большими» процентами. Это выражается прежде всего в формировании умения найти 125%, 200%, 250% величины. Кроме того, начинает формироваться понимание того, что, например, увеличение на 100% — это то же самое, что увеличение в 2 раза (упражнения **116—118**). Но на данном этапе это упражнения из группы **Б**.

Комментарий к упражнениям

110. а) Закрашено $\frac{11}{25}$ площади квадрата, т. е. $\frac{44}{100}$, — это 44% его площади.

114. Первая строка таблицы выглядит так:

3000 р. 300 р. 2700 р. 405 р. 2295 р.

117. а) Стоимость проезда возросла на 200%, иначе говоря, если она была 100%, то стала 300%. Стоимость проезда повысилась в $\frac{300}{100} = 3$ раза.

119. в) Стоимость товара 100%, а после уценки на 98% стала $100\% - 98\% = 2\%$, т. е. уменьшилась в $\frac{100}{2} = 50$ раз.

1.6. Столбчатые и круговые диаграммы

Методический комментарий

Продолжается формирование умения работать с диаграммами. С этой целью рассматриваются более сложные по конструкции столбчатые диаграммы. Кроме того, учащиеся знакомятся с новым видом диаграмм — круговыми. Они получают представление о том, что на круговых диаграммах удобно изображать информацию, характеризующую соотношение между частями целого, которая обычно выражена в процентах.

В данном пункте рассматриваются столбчатые диаграммы нового вида, которые позволяют наглядно представить развитие некоторого явления или процесса. Затем на основе рассмотрения типичной для нашей жизни ситуации вводятся круговые диаграммы. Учащиеся получают некоторое представление о приёме построения круговых диаграмм с помощью распределения площади круга на сектора, площади которых отвечают величинам данных, выраженных в процентах. Однако главным остаётся развитие умения читать готовые диаграммы.

При объяснении материала и выполнении упражнений особое внимание обращается на формирование умения делать выводы и принимать решения. Развитию данного умения способствует проведение несложных социологических исследований, тематика которых доступна учащимся этого возраста. С приёмами их проведения учащиеся познакомились в 5 классе. В рабочей тетради даётся тема такого исследования и приводится таблица для записи получаемой информации. При желании можно выбрать любую другую тему, отвечающую интересам класса. В малоинициативном классе такие исследования можно провести на уроке под руководством учителя. В

более активном классе лучше всего сбор и представление данных поручить самим учащимся, сформировав для этого рабочие группы.

Комментарий к упражнениям

127. 55% больше половины, поэтому подходящую диаграмму выбираем из диаграмм 1 и 3. Подходит диаграмма 1, так как на ней есть сектор, примерно составляющий треть круга, что соответствует 30%, приходящимся на остальные деревья.

Глава 2. Прямые на плоскости и в пространстве (7 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Характеристика основных видов деятельности учащихся
2.1. Пересекающиеся прямые	2	1—6 (с. 56—58)	Распознавать случаи взаимного расположения двух прямых, а также вертикальные углы. Определять углы, образованные двумя пересекающимися прямыми. Изображать две пересекающиеся прямые, строить прямую, перпендикулярную данной
2.2. Параллельные прямые	2	7—15 (с. 59—61)	Распознавать случаи взаимного расположения двух прямых на плоскости и в пространстве, а также параллельные стороны в многоугольниках. Изображать две параллельные прямые, строить прямую, параллельную данной с помощью чертёжных инструментов. Анализировать способ построения параллельных прямых, пошагово заданный рисунками, выполнять построения; осуществлять самоконтроль, проверяя соответствие полученного изображения

			заданному. Формулировать утверждения о взаимном расположении двух прямых, свойствах параллельных прямых
2.3. Расстояние	2	16—25 (с. 62—65)	Измерять расстояние между двумя точками, от точки до прямой, между двумя параллельными прямыми, от точки до плоскости. Строить параллельные прямые с заданным расстоянием между ними, а также геометрическое место точек, обладающее определённым свойством
Обзор и контроль	1		

Основные цели: создать у учащихся зрительные образы основных конфигураций, связанных с взаимным расположением прямых; научить строить параллельные и перпендикулярные прямые; научить находить расстояния от точки до прямой и между двумя параллельными прямыми; научить находить углы, образованные двумя пересекающимися прямыми.

Обзор главы. Основные рассматриваемые в главе конфигурации, связанные с прямыми, изображены на рисунке 2.

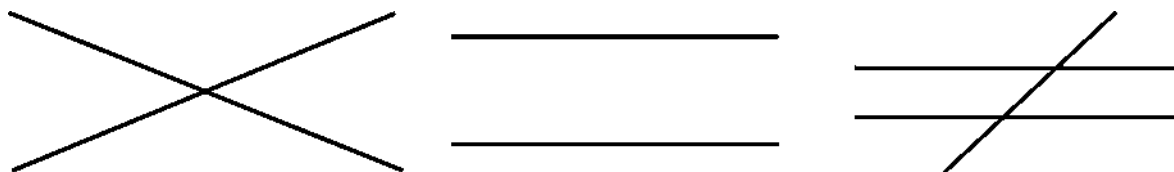


Рис. 2

Учащиеся учатся распознавать и воспроизводить эти конфигурации и решать несложные задачи, связанные с ними.

В 5 классе учащиеся научились строить и измерять углы, устанавливать их равенство. Теперь они должны научиться видеть пары равных углов, образующихся при пересечении двух прямых, а также пары углов, дополняющих друг друга до развёрнутого угла. Целесообразно, чтобы эти факты были установлены учащимися опытным путём. Для этого надо взять лист бумаги, провести на нём две пересекающиеся прямые, обозначить получившиеся углы цифрами 1, 2, 3, 4 и разрезать лист по этим прямым. Теперь с этими углами надо организовать практическую работу: убедиться наложением в равенстве углов, составить различные развёрнутые углы. После этого надо обратиться к чертежу и поработать с ним: закрасить одним и тем же цветом равные углы или отметить их одинаковыми дугами и т. д.

При выполнении упражнений, связанных с углами, образованными пересекающимися прямыми, учащимся необходимо восстановить навыки работы с транспортиром и угольником, вспомнить о свойствах клетчатой бумаги, полезно также попрактиковаться в определении и изображении углов на глаз, без использования чертёжных инструментов.

Наиболее сложной из указанных конфигураций является третья. Она выступает в качестве основы для рассмотрения способа построения параллельных прямых. При желании учитель может ввести оборот речи «две параллельные и секущая», однако называть специальными терминами образовавшиеся углы не следует. Умение указывать равные углы в данной конфигурации является скорее желаемым результатом, чем обязательным.

Кроме того, в данном разделе расширяется понятие «расстояние» за счёт введения понятия «расстояние от точки до фигуры» и его частного случая — расстояния от точки до прямой, расстояния между параллельными прямыми, а также расстояния от точки до плоскости. Учащиеся учатся строить точки на заданном расстоянии от прямой, проводить параллельные прямые с заданным расстоянием между ними и т. д. Следует обратить внимание на то, что задачи, связанные с расстоянием между двумя точками, будут рассматриваться и в дальнейшем в различных конфигурациях. Это будут не просто две произвольные «одинокие» точки плоскости, а центры окружностей, две ближайшие или наиболее удалённые точки окружностей, середины отрезков; множество точек, удалённых от заданной на расстояние, определяемое равенством или неравенством; точка, равноудалённая от двух других точек, и т. д.

Принципиально важный случай, требующий особого внимания, — это расстояние от точки до прямой. Рассмотрение его необходимо организовать в виде практической работы. Понятно, что ближайшей к точке A точкой прямой будет та, которой «достигнет» одна из окружностей с центром в точке A (рис. 3), как круги на воде от брошенного камня. (Ведь все точки окружности одинаково удалены от центра, точки внутри круга расположены ближе к центру, а точки вне круга — дальше от центра.) Учащиеся сами с помощью угольника должны убедиться, что прямая, проходящая через центр окружности и найденную ближайшую точку на этой прямой, ей перпендикулярна. Отсюда ясно, что расстояние от точки до прямой

измеряется по перпендикуляру. Этот вывод надо запомнить и пользоваться им в дальнейшем.

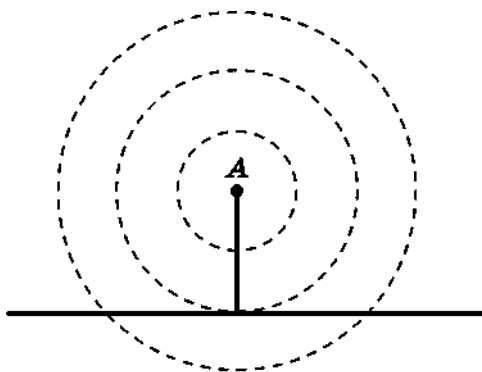


Рис. 3

В описанном фрагменте учащиеся, по сути дела, встретились с понятием «касательная к окружности». В явном виде это понятие вводится в п. 5.1 «Окружность и прямая».

Развитие пространственных представлений в процессе изучения материала этой главы происходит при работе с моделью куба, в ходе которой используются изученные в теме понятия (поиск параллельных, пересекающихся, скрещивающихся рёбер куба; сопоставление длины диагонали грани и её стороны и т. д.).

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Проверочные работы:

1. Пересекающиеся прямые. 2. Параллельные прямые. 3. Расстояние.

2.1. Пересекающиеся прямые

Комментарий к упражнениям

143. При пересечении двух прямых образуются четыре угла, сумма которых равна $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$. Значит, четвёртый угол равен $360^\circ - 254^\circ = 106^\circ$.

146. Задача приводит к следующей гипотезе: угол между биссектрисами данных углов равен 90° .

Очень хорошо, если учащиеся придут к такой гипотезе; доказательство в общем виде не предполагается. Однако если учитель сочтёт возможным

рассмотреть обоснование в общем случае, то это можно сделать так: предложить учащимся закрасить угол AOC , например, красным цветом, а угол COB — синим. Тогда два красных и два синих угла составляют развёрнутый угол, а искомый угол NOM — его половину, так как составлен из половины красного угла и половины синего.

2.2. Параллельные прямые

Комментарий к упражнениям

157. Целесообразно начать с аналогичного задания из рабочей тетради, при выполнении которого учащиеся смогут подписывать величины углов непосредственно на рисунке (рис. 4). Эта и другие подобные задачи должны всегда начинаться с анализа данной конфигурации — две параллельные прямые пересечены третьей. Прямая c пересекает прямую a под углом, равным 55° . Значит, и прямую b она пересекает под таким же углом. (Учащиеся показывают соответствующий угол на чертеже и подписывают его величину.) Теперь мы можем обратиться к другой знакомой конфигурации — две пересекающиеся прямые.

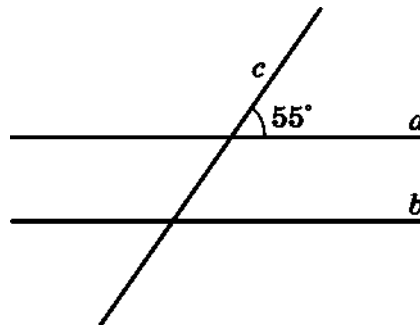


Рис. 4

161. 1) Начать рассуждение надо с того, что среди трёх прямых могут быть параллельные прямые. Если все три прямые параллельны друг другу, то число точек пересечения равно нулю. Если среди них есть одна пара параллельных прямых, то третья прямая пересечёт каждую из них, и число точек пересечения будет равно двум. Теперь рассмотрим три прямые, среди которых нет параллельных. Если две прямые пересекаются, то третья прямая, пересекающая первые две, может проходить или не проходить через их точку

пересечения. В первом случае имеем одну точку пересечения, во втором — три.

2) Надо проанализировать все случаи пересечения трёх прямых и увидеть, что наибольшее число точек пересечения получается тогда, когда никакие две прямые не параллельны друг другу и не проходят через уже имеющуюся точку пересечения. Следовательно, чтобы получить максимально возможное число точек пересечения четырёх прямых, нужно начертить три прямые, пересекающиеся в трёх точках, и провести четвёртую прямую, пересекающую каждую из первых трёх. Понятно, что к трём точкам пересечения, уже имеющимся, добавятся ещё три (по числу прямых). Итого 6 точек.

2.3. Расстояние

Комментарий к упражнениям

177. Идея задачи (и ряда задач, ей аналогичных) заключается в том, что если от каждой части целого взять половину, то вместе они составят половину от целого. В данном случае расстояние между серединами отрезков AC и CB составляет половину длины отрезка AB , так как равно длине оставшейся его части. Чтобы сделать идею решения более наглядной, можно обвести отрезок AC , например, красным карандашом, а CB — синим. Легко видеть, что отрезок между серединами отрезков и оставшая часть отрезка AB состоят из половины красного и половины синего отрезков, а следовательно, их длины равны и составляют половину длины отрезка AB .

Глава 3. Десятичные дроби (9 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Дидактические материалы	Характеристика основных видов деятельности учащихся
3.1. Десятичная запись дробей	2	23—37 (с. 11—15)	О-11, О-12, П-9	Записывать и читать десятичные дроби. Представлять десятичную дробь в виде суммы разрядных слагаемых. Моделировать десятичные дроби рисунками. Переходить от десятичных дробей к соответствующим обыкновенным со знаменателями 10, 100, 1000 и т. д. и наоборот. Изображать десятичные дроби точками на координатной прямой
3.2. Десятичные дроби и метрическая система мер	1	—	О-14	Использовать десятичные дроби для перехода от одних единиц измерения к другим, объяснять значения десятичных приставок, используемых для образования названий единиц в метрической системе мер
3.3. Перевод обыкновенной	2	—	О-13	Формулировать признак обратимости

дроби в десятичную				обыкновенной дроби в десятичную, применять его для распознавания дробей, для которых возможна (или невозможна) десятичная запись. Представлять обыкновенные дроби в виде десятичных. Приводить примеры эквивалентных представлений дробных чисел
3.4. Сравнение десятичных дробей	2	38—44 (с. 16—18)	О-15, «Проверь себя», П-19	Распознавать равные десятичные дроби. Объяснять на примерах приём сравнения десятичных дробей. Сравнивать и упорядочивать десятичные дроби. Сравнивать обыкновенную и десятичную дроби, выбирая подходящую форму записи данных чисел. Выявлять закономерность в построении последовательности десятичных дробей. Решать задачи-исследования, основанные на понимании поразрядного принципа десятичной записи дробных чисел
Обзор и контроль	2			

Основные цели: сформировать понятие десятичной дроби; выработать навыки чтения, записи и сравнения десятичных дробей, обращения обыкновенной дроби в десятичную.

Обзор главы. Данная глава является вводной в крупную тему курса «Десятичные дроби». В ней излагаются основные теоретические сведения. При изучении этой главы формируются основополагающие базовые умения. Учащиеся знакомятся с десятичными дробями как со специальным способом записи обыкновенных дробей со знаменателем вида 10^n , распространяющим на дробные числа идею десятичной нумерации. Они узнают о существовании разрядов, в которых указываются доли единицы, и приобретают первичные навыки работы с новыми символами: учатся понимать и читать соответствующие записи; записывать дроби, знаменателями которых являются степени числа 10, в виде десятичных дробей; изображать десятичные дроби точками на координатной прямой; сравнивать их. Важным с точки зрения развития практических умений является обучение использованию десятичных дробей для выражения одних единиц измерения через другие, кратные им единицы.

Характерной особенностью этой главы (как, впрочем, и следующей) является изложение материала с постоянной опорой на знание учащихся об обыкновенных дробях. Акцентируется внимание на том, что десятичные дроби — это специальный способ записи обыкновенных дробей определённого вида, следовательно, в силе остаются все известные факты об обыкновенных дробях, но знакомые алгоритмы (например, алгоритм сравнения дробей) видоизменяются и упрощаются. Важным в идейном отношении является рассмотрение критерия обратимости обыкновенной дроби в десятичную. Заметим, что вопрос о связи обыкновенных и десятичных дробей будет ещё раз рассмотрен в курсе алгебры 9 класса в теме «Действительные числа».

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Зачёт 2. Десятичные дроби.

Пособие «Тематические тесты». Тест 4. Десятичные дроби.

3.1. Десятичная запись дробей

Методический комментарий

Прочное усвоение материала этого пункта — необходимая предпосылка для успешного формирования практических навыков работы с десятичными дробями. Если, например, ученик ошибается при записи под диктовку таких дробей, как 0,07; 30,105, то понятно, что у него будут постоянные затруднения в ходе изучения всей темы.

Материал пункта содержит несколько смысловых фрагментов. Сначала учащиеся знакомятся с идеей десятичной записи дробных чисел и узнают названия новых разрядов. Завершается первый фрагмент разъяснением правила чтения десятичных дробей. Обращаем внимание учителя на группу вопросов, относящихся к этому фрагменту. Такого рода вопросы (и особенно такие, как первый) следует предлагать учащимся в качестве устных заданий на протяжении нескольких уроков. Это поможет ученикам в осознании структуры десятичной записи дробного числа, в запоминании названий её разрядов.

В следующем фрагменте рассматриваются приёмы перехода от десятичной дроби к соответствующей обыкновенной и записи обыкновенной дроби со знаменателем 10, 100, 1000 и т. д. в виде десятичной. Эти приёмы разъясняются на примерах. Безошибочному выполнению перехода от одной формы записи к другой поможет правило, которое учащиеся безусловно должны запомнить и привыкнуть постоянно использовать для самоконтроля: *в десятичной дроби после запятой столько же цифр, сколько нулей в знаменателе соответствующей ей обыкновенной дроби.* (Заметим, что навыки использования специальных приёмов самоконтроля при изучении курса математики способствуют и формированию соответствующего общеинтеллектуального качества личности, заключающегося в умении осуществлять анализ собственных действий, самопроверку и самоконтроль в

процессе выполнения разнообразной деятельности.) Для выработки навыков перехода от десятичной дроби к обыкновенной и наоборот можно использовать серии упражнений из рабочей тетради (23, 24, 27, 28) и дидактических материалов (2—6).

В последнем фрагменте рассматривается вопрос об изображении десятичных дробей точками на координатной прямой. Этот материал содержательно нацелен не столько на выработку навыка, сколько на более глубокое осознание и понимание поразрядного состава десятичной дроби. Заметим также, что умение ориентироваться на координатной прямой будет полезно при формировании навыков сравнения и упорядочивания дробей.

Разнообразить и дополнить упражнения учебника помогут задания из рабочей тетради (30—37) и дидактических материалов (О-12).

Комментарий к упражнениям

182—184. Назначение этих упражнений — формирование навыка чтения десятичных дробей и запоминание названий разрядов в десятичной записи.

186. в) Сначала нужно выделить целую часть числа, а затем уже представить его в виде десятичной дроби. Например: $\frac{39}{10} = 3\frac{9}{10} = 3,9$. В дальнейшем при выполнении заданий подобного рода ученики смогут пользоваться свёрнутым алгоритмом: при делении на 10 отделять запятой справа одну цифру, при делении на 100 — две цифры и т. д.

190. Есть разные способы выполнения этого задания. Можно сначала выполнить сложение, записав сумму в виде обыкновенной дроби, а потом перейти к десятичной записи. Например, в случае «в» будем иметь:

$$20 + \frac{3}{10} + \frac{1}{1000} = 20 + \frac{300}{1000} + \frac{1}{1000} = 20\frac{301}{1000} = 20,301.$$

В то же время ответ можно получить сразу, если увидеть, что в каждом случае мы, по существу, имеем представление некоторой десятичной дроби в

виде суммы разрядных слагаемых. Так, запись $20 + \frac{3}{10} + \frac{1}{1000}$ означает, что целая часть соответствующей десятичной дроби равна 20, что в разряде десятых у неё 3 единицы, разряд сотых отсутствует (т. е. в нём должна стоять цифра 0), в разряде тысячных одна единица. Из этого рассуждения ясно, что $20 + \frac{3}{10} + \frac{1}{1000} = 20,301$.

191, 193. По существу, учащиеся должны выполнять на содержательном уровне действия с десятичными дробями.

194. Из условия следует, что десятичная дробь может быть записана какими-либо двумя из трёх указанных цифр или всеми тремя цифрами. Если использовать только две цифры, то получим следующие шесть десятичных дробей:

$$1,2; 1,3; 2,1; 2,3; 3,1; 3,2.$$

Чтобы не ошибиться при записи десятичных дробей, содержащих все три цифры, удобно рассуждать так. Сделаем «заготовку», записав все возможные трёхзначные натуральные числа, которые могут быть составлены из этих трёх цифр. Всего таких чисел шесть:

$$123, 132, 213, 231, 312, 321.$$

Теперь надо в каждое число «поставить» запятую. Это можно сделать двумя способами. Запятая может отделять слева или одну цифру, или две. Поэтому каждое число «раздваивается». Получаем ещё 12 десятичных дробей:

$$1,23; 12,3; 1,32; 13,2; 2,13; 21,3; 2,31; 23,1; 3,12; 31,2; 3,21; 32,1.$$

3.2. Десятичные дроби и метрическая система мер

Методический комментарий

Основное назначение этого пункта — сформировать умение использовать десятичные дроби для выражения значений величин в метрической системе мер, для перехода от одних единиц измерения к

другим, кратным им единицам. Так, если до сих пор, выражая в метрах длину отрезка, равную 3 м 7 дм, ученики должны были бы написать $3\frac{7}{10}$ м, то теперь они могут использовать более компактную и удобную запись: 3,7 м.

Чтобы повысить осознанность изучения данного материала, следует акцентировать внимание учащихся на том, что в метрической системе единицы измерения получаются из основных единиц умножением или делением на 10, 100 и т. д. А названия производных единиц образуются из названий основных с помощью *десятичных приставок*. В тексте учебника приведены названия знакомых учащимся приставок, разъяснено значение каждой из них и указано, из какого языка она заимствована. Рассмотрение этого фрагмента учебники рекомендуется дополнить выполнением первого задания работы О-14 из дидактических материалов.

В вопросы к теоретической части пункта включено задание, в котором предлагается найти информацию о десятичных приставках «мега-», «гига-», «микро-» и «нано-». В связи с этим даём справку:

мега — от греч. *megas* (большой) — означает увеличение в 1 000 000 раз;

гига — от греч. *gigas* (гигантский) — означает увеличение в 1 000 000 000 раз;

микро — от греч. *micros* (малый) — означает уменьшение в 1 000 000 раз;

нано — от греч. *nanos* (карлик) — означает уменьшение в 1 000 000 000 раз.

Комментарий к упражнениям

Предполагается, что учащиеся хорошо знают соотношения между единицами измерения (в противном случае необходимо, как минимум, вывесить соответствующую таблицу). А цель упражнений — формирование умения использовать в работе с величинами десятичные дроби. При этом

важно, чтобы они могли опираться на чёткие и понятные образцы рассуждений.

199. Такая развёрнутая запись, какая дана в образце, может применяться только на первых порах или при выполнении задания слабым учеником. Если затруднений нет, то промежуточные выкладки могут выполняться устно.

Ответ должен быть выражен десятичной дробью, и если промежуточная обыкновенная дробь сокращается, то необходимо помнить, что в знаменателе должна остаться единица с нулями. Например:

$$450 \text{ м} = \frac{450}{1000} \text{ км} = \frac{45}{100} \text{ км} = 0,45 \text{ км}.$$

202. Номера неверных равенств: 1, 4 и 5. Содержащиеся в них ошибки являются типичными. Учащиеся должны исправить равенства на верные.

3.3. Перевод обыкновенной дроби в десятичную

Методический комментарий

Основная мысль этого пункта такова: в виде десятичной дроби можно записать не только обыкновенную дробь, имеющую в знаменателе степень числа 10, но и любую другую, которая может быть приведена к знаменателю такого вида. А как узнать, можно ли данную обыкновенную дробь привести к знаменателю нужного нам вида, т. е. как узнать, представима ли она в виде десятичной дроби? Оказывается, для этого в математике есть специальный признак, позволяющий получать ответ на этот вопрос.

В результате изучения пункта учащиеся должны научиться в несложных случаях обращать обыкновенные дроби в десятичные. Полезно также, чтобы они запомнили и могли активно использовать в ходе решения задач некоторые факты, например: десятичные эквиваленты ряда часто

встречающихся дробей $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{25}\right)$, невозможность представления в

виде десятичной дроби числа $\frac{1}{3}$ и т. д.

Комментарий к упражнениям

211. Учащиеся должны давать развёрнутые пояснения со ссылкой на сформулированный выше признак. Записывать десятичные представления в данном случае не требуется, так как цель упражнения — усвоение теоретического факта.

212. В каждом случае числитель и знаменатель нужно просто домножить на соответствующий дополнительный множитель. Например:

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0,15.$$

216. Учащиеся должны увидеть, что все данные дроби сократимы.

219. Разложение на простые множители числа 400 содержит только числа 2 и 5, в самом деле, $400 = 2^4 \cdot 5^2$. Дробь $\frac{7}{420}$ сначала нужно сократить

$\frac{7}{420} = \frac{1}{60}$. А знаменатель 60 делится на 3. *Дополнительный вопрос:*

«Представьте дробь $\frac{7}{400}$ в виде десятичной». (О т в е т: $\frac{7}{400} = 0,0175$.)

221. Полезно обратить внимание учащихся на особенность задания: в каждом случае предлагается выполнить действие, компоненты которого представлены в разных формах — в виде обыкновенной и в виде десятичной дроби. Надо перейти к какой-то одной форме. Правила действий с десятичными дробями учащимся ещё неизвестны. Но любую десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной, поэтому в формулировке задания и содержится соответствующая подсказка.

3.4. Сравнение десятичных дробей

Методический комментарий

Теоретическая часть пункта разбита на три фрагмента. В первом из них рассматривается вопрос о возможности различных представлений одного и того же числа в виде десятичной дроби. Сформулированное в учебнике

правило учащиеся должны запомнить и уметь иллюстрировать его примерами. Это правило — основа практического умения, которое постоянно требуется при выполнении действий с десятичными дробями.

Приёмы сравнения десятичных дробей (см. фрагмент 2) разбираются на конкретных примерах. Это образцы рассуждений, которых должны придерживаться учащиеся. Обращаем внимание на последний из трёх контрольных вопросов, относящихся к данному фрагменту. В его основе — типичная ошибка учащихся: часто дети считают, что из двух дробей 0,359 и 0,41 первая больше, так как она «длиннее».

В последнем фрагменте развивается идея совместных операций с обыкновенными и десятичными дробями, которая была уже затронута в предыдущем пункте (см. упражнение 221). Подчёркивается, что в обыкновенных дробях задание на сравнение обыкновенной и десятичной дроби можно выполнить всегда, а в десятичных нет. Но если десятичное представление возможно, то сравнение в десятичных дробях предпочтительнее. Это можно наглядно продемонстрировать на задании «б» из контрольного вопроса к данному фрагменту пункта, предложив сравнить двумя способами дроби $\frac{3}{8}$ и 0,38.

Комментарий к упражнениям

228—230. Группа взаимосвязанных упражнений. Первое носит подготовительный характер. Два последних задания — на упорядочивание десятичных дробей. Надо проверить, понимают ли дети, что, например, «в порядке убывания» означает «от большего к меньшему». Эту группу заданий можно дополнить упражнениями 43 и 44 из рабочей тетради.

232. а) Желательно рассуждать с опорой на координатную прямую (должен быть сделан рисунок по образцу рис. 3.2 из учебника).

г) Наиболее трудный случай. Можно начать с того, что предложить указать десятичные дроби, заключённые между 0 и 0,1, 0 и 0,001.

234. Сложность — в содержательной трактовке. В первом случае лучший — это наибольший, во втором случае лучший — это наименьший.

236. В случаях «в» и «г» подходят несколько вариантов. Надо указать все.

237. Учащиеся должны увидеть возможность выполнения задания в десятичных дробях.

238. Рассуждения примерно такие. Когда какую-то цифру вычёркиваем, то на её месте, т. е. в этом разряде, оказывается следующая. Если следующая цифра больше предыдущей, то число увеличивается, если меньше, то уменьшается.

Глава 4. Действия с десятичными дробями (31 урок)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Дидактические материалы	Характеристика основных видов деятельности учащихся
4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей	4	45—52 (с. 19—21)	О-16, О-17, О-18, О-19, «Проверь себя», П-11, П-12	Конструировать алгоритмы сложения и вычитания десятичных дробей, иллюстрировать их примерами. Вычислять суммы и разности десятичных дробей. Вычислять значения сумм и разностей, компонентами которых являются обыкновенная и десятичная дробь, обсуждая при этом, какая форма представления чисел возможна и более целесообразна. Выполнять оценку и прикидку суммы десятичных дробей. Решать текстовые задачи, предполагающие сложение и вычитание десятичных дробей
4.2. Умножение и деление	3	53—54	О-20, О-21, П-13	Исследовать закономерность в изменении

десятичной дроби на 10, 100, 1000		(с. 52)		положения запятой в десятичной дроби при умножении и делении её на 10, 100, 1000 и т. д. Формулировать правила умножения и деления десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. Применять умножение и деление десятичной дроби на степень числа 10 для перехода от одних единиц измерения к другим. Решать задачи с реальными данными, представленными в виде десятичных дробей
4.3. Умножение десятичных дробей	5	55—60 (с. 22—24)	О-22, «Проверь себя», П-14	Конструировать алгоритмы умножения десятичной дроби на десятичную дробь, на натуральное число, иллюстрировать примерами соответствующие правила. Вычислять произведение десятичных дробей, десятичной дроби и натурального числа. Вычислять произведение десятичной дроби и обыкновенной, выбирая подходящую форму записи дробных чисел. Возводить десятичную дробь в квадрат и в куб. Вычислять значения

				числовых выражений, содержащих действия сложения, вычитания и умножения десятичных дробей. Выполнять прикидку и оценку результатов вычислений. Решать текстовые задачи арифметическим способом. Решать задачи на нахождение части, выраженной десятичной дробью, от данной величины
4.4. Деление десятичных дробей	5	61—65 (с. 25—27)	О-23, О-24, П-15, П-16	Обсуждать принципиальное отличие действия деления от других действий с десятичными дробями. Осваивать алгоритмы вычислений в случаях, когда частное выражается десятичной дробью. Сопоставлять различные способы представления обыкновенной дроби в виде десятичной. Решать текстовые задачи арифметическим способом, используя различные зависимости между величинами; анализировать и осмысливать текст задачи, строить логическую цепочку рассуждений; критически оценивать полученный ответ,

				осуществлять самоконтроль, проверяя ответ на соответствие условию
4.5. Деление десятичных дробей (продолжение)	4	66—72 (с. 28—29)	О-25, О-26, «Проверь себя», П-17, П-18, П-19, П-20	Вычислять частное от деления на десятичную дробь в общем случае. Осваивать приёмы вычисления значений дробных выражений
4.6. Округление десятичных дробей	3	73—74 (с. 29—30)	О-27, О-28, П-21	Округлять десятичные дроби «по смыслу», выбирая лучшее из приближений с недостатком и с избытком. Формулировать правило округления десятичных дробей, применять его на практике. Объяснять , чем отличается округление десятичных дробей от округления натуральных чисел. Вычислять приближённые частные, выраженные десятичными дробями, в том числе при решении задач практического характера. Выполнять прикидку и оценку результатов действий с десятичными дробями
4.7. Задачи на движение	4	—	О-29, О-30, «Проверь себя»	Решать текстовые задачи арифметическим способом, используя зависимость между

				величинами (скорость, время и расстояние), анализировать и осмысливать текст задачи, переформулировать условие, извлекать необходимую информацию, моделировать условие с помощью схем, критически оценивать полученный ответ, осуществлять самоконтроль, проверяя ответ на соответствие условию
Обзор и контроль	3			

Основные цели: сформировать навыки действий с десятичными дробями, а также развить навыки прикидки и оценки.

Обзор главы. Алгоритмы действий с десятичными дробями вводятся на основе соответствующих алгоритмов действий с обыкновенными дробями. Полезно отметить для учащихся мотивационную сторону введения десятичных дробей, объяснив, что оперировать с десятичными дробями (сравнивать их, складывать, вычитать и т. д.) легче, чем с обыкновенными. Подчёркивается, что сложение, вычитание и умножение десятичных дробей выполняются практически так же, как и соответствующие действия с натуральными числами. Иначе обстоит дело с действием деления: частное десятичных дробей не всегда выражается десятичной дробью.

Отметим, что в связи с широким распространением в быту калькуляторов снизилась практическая значимость трудоёмких письменных вычислений с десятичными дробями и на первый план выдвинулись умения прикидки и оценки результата действий, быстрого обнаружения ошибки. В соответствии с этим навыки письменных вычислений с десятичными дробями предлагается отрабатывать на несложных примерах. В то же время серьёзное внимание следует уделить упражнениям, направленным на формирование таких умений, как прикидка результата, определение цифры старшего разряда, проверка результата по последней цифре и т. д.

Формируемые в данной теме навыки округления десятичных дробей находят применение при вычислении приближённых десятичных значений обыкновенных дробей. Работа ориентирована на то, чтобы учащиеся поняли, в каких практических ситуациях округляют десятичные дроби, и научились выполнять округление десятичных дробей при ответе на содержательные вопросы.

Продолжается решение текстовых задач арифметическим способом, рассматриваются новые виды задач на движение. Задачи на движение рекомендуется на данном этапе решить лишь частично, а к оставшимся можно вернуться при изучении следующих тем курса.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Зачёт 3. Действия с десятичными дробями.

Пособие «Тематические тесты». Тест 5. Сложение и вычитание десятичных дробей. Тест 6. Умножение десятичных дробей. Тест 7. Деление десятичных дробей. Тест 8. Задачи на движение.

4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей

Методический комментарий

Правило сложения десятичных дробей фактически выводится путём дедуктивного рассуждения; рассуждения, приведённые на частном примере, носят общий характер (с. 72).

Сначала надо поупражняться в сложении дробей, имеющих одинаковое число знаков после запятой, затем — дробей, имеющих разное число знаков после запятой. В последнем случае не надо спешить отказываться от уравнивания числа знаков. Развитию навыков самоконтроля помогут упражнения на обнаружение ошибок из рабочей тетради, где учащиеся увидят, что в записи надо следить за постановкой запятой, за правильным расположением разрядов слагаемых, за правильностью сложения натуральных чисел. Те же рекомендации относятся и к действию вычитания десятичных дробей.

В упражнениях встречаются задания, в которых промежуточные действия могут быть выполнены устно (упражнения **263** и **265** из учебника). Продолжается развитие умений производить оценку суммы двух-трёх чисел (упражнения **260**, **261**, **266** из учебника).

Как и при изучении обыкновенных дробей, здесь и далее на всех уроках решаются текстовые задачи. Сюжеты задач знакомы учащимся. Однако использование дробных данных может затруднить понимание условия задачи. Поэтому рекомендуется использовать тот же приём, что и при изучении обыкновенных дробей: заменить в условии задачи дробные числа

«маленькими» целыми числами и наметить план решения задачи, а затем использовать его для решения данной задачи.

Комментарий к упражнениям

254. Полезно сделать проверку.

258. а) Здесь поможет переформулировка условия задачи: «В кувшине 1,25 л молока. В бидоне на 2,7 л, а в ведре на 1,5 л молока больше, чем в кувшине...»

Запишем выражение и вычислим:

$$1,25 + (1,25 + 2,7) + (1,25 + 1,5) = 7,95.$$

О т в е т: всего 7,95 л молока.

262. Заметим, что текстовые задачи на движение по реке включены в п. 4.7, но здесь желательно напомнить учащимся, как изменяется скорость движения объекта по реке в зависимости от скорости её течения.

265. Воспользуемся свойствами сложения.

$$0,1 + 0,2 + 0,3 + \dots + 0,9 = 1 \cdot 4 + 0,5 = 4,5.$$

268. Нужен схематический рисунок.

4.2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000,

...

Методический комментарий

Здесь выделен особый случай действий над десятичными дробями. Он встречается при решении проблем, связанных с увеличением или уменьшением величины в 10, 100 и т. д. раз, в частности с переводом одних единиц измерения в другие. Кроме того, к умножению числа на 10, 100 и т. д. сводится деление этого числа на 0,1; 0,01 и т. д., а к делению числа на 10, 100 и т. д. сводится умножение данного числа на 0,1; 0,01 и т. д. А главное, что умножение десятичных дробей на 10, 100 и т. д. имеет существенное значение для овладения навыком деления десятичных дробей.

Желательно, чтобы через упражнения учащиеся встретились с разнообразными ситуациями, возникающими при переносе запятой. Чтобы, например, не оказалось проблемы «недостатка нулей» (справа и слева).

Комментарий к упражнениям

274—278. Полезно постоянно показывать целесообразность сравнения данного числа и результата, полученного при его умножении (или делении) на 10, 100 и т. д., и использовать такое сравнение как приём для самоконтроля.

279, 280. Можно воспользоваться образцом, приведённым в дидактических материалах.

4.3. Умножение десятичных дробей

Методический комментарий

Основное внимание уделяется алгоритмической стороне вопроса умножения десятичных дробей. В учебнике формулируется одно правило, применимое как в случае умножения двух десятичных дробей, так и в случае, когда один из множителей — натуральное число.

Система упражнений включает умножение двух чисел, умножение нескольких чисел, использование переместительного и сочетательного свойств умножения, комбинированные примеры на сложение, вычитание и умножение со скобками и без скобок, решение текстовых задач, требующее применения умножения десятичных дробей.

Среди текстовых задач специально выделяются задачи на нахождение части, выраженной десятичной дробью, от данной величины (упражнения **305—307, 312**). Продолжается решение заданий на прикидку и оценку результатов вычислений (упражнение **301**).

Комментарий к упражнениям

290. Сначала полезно выполнить соответствующие упражнения из рабочей тетради.

306. а) Желательно вспомнить оба способа рассуждений:

1-й способ. 1) $15 \cdot 0,3 = 4,5$ (м) — такой кусок ленты отрезали;

2) $15 - 4,5 = 10,5$ (м) — такой кусок ленты остался.

2-й способ. 1) $1 - 0,3 = 0,7$ — такая часть ленты осталась;

2) $15 \cdot 0,7 = 10,5$ (м) — такой кусок ленты остался.

313. Ответ полезно проиллюстрировать рисунком. Для этого нужно начертить квадрат и разделить его на четыре равных квадрата. Очевидно, что если сторона большого квадрата равна 0,4 дм, то сторона маленького равна $0,4 : 2 = 0,2$ (дм).

316. а) По условию задачи можно составить любое из двух выражений:

$0,7 \cdot 20 + 0,7 \cdot 15 + 0,7 \cdot 10$ или $0,7 \cdot (20 + 15 + 10)$.

Вычислив, получим 31,5 кг орехов.

4.4. Деление десятичных дробей

Методический комментарий

В теоретической части данного пункта выделяются два блока: деление десятичной дроби на натуральное число и деление десятичной дроби на десятичную дробь. Прежде чем обратиться к алгоритмам деления, советуем ещё раз напомнить учащимся, что они владеют техникой вычисления с обыкновенными дробями и этого уже достаточно, чтобы разделить десятичные дроби. Но в одних случаях результат, выраженный обыкновенной дробью, можно представить в виде десятичной дроби, а в других нет (см. учебник, с. 86). Если частное выражается десятичной дробью, то его можно вычислить, используя деление уголком. Другой случай рассматривается при изучении следующего пункта учебника.

Процесс деления десятичной дроби на натуральное число естествен, так как десятичная запись дроби вполне допускает операции, аналогичные

действиям с десятичной записью натурального числа. В упражнениях, направленных на отработку соответствующего навыка, рекомендуется придерживаться последовательности, определённой примерами 1—3 из учебника. Вначале рассматривается случай, когда выполняется поразрядное деление без приписывания нулей к делимому, и случай, когда делимое меньше делителя. Затем рассматривается случай, когда требуется раздробить единицы младшего разряда делимого, чтобы завершить операцию деления.

В упражнениях особо выделен случай деления двух натуральных чисел (упражнение 324) и сводящийся к нему случай представления обыкновенной дроби в виде десятичной (упражнение 325).

Отработка умения делить на десятичную дробь сопровождается решением числовых примеров и текстовых задач, требующих умения проверить результат деления умножением.

Комментарий к упражнениям

333. Для решения задачи выполняется действие деление, но в отличие от предыдущих задач (упражнения 331, 332) результат деления ещё не является ответом на вопрос задачи. В качестве ответа берут ближайшее к полученной десятичной дроби целое число с недостатком или с избытком в зависимости от условия задачи.

а) $23 : 2,5 = 9,2$, т. е. из 23 м получится 9 кусков ленты по 2,5 м;

б) $4,6 : 0,5 = 9,2$, т. е., чтобы разлить 4,6 л молока в бутылки ёмкостью 0,5 л, потребуется 10 бутылок.

339. б) Решение можно не записывать, а рассуждать так: если в меньшем пакете 1 часть конфет, то в большем 2 части конфет, а вместе 3 части конфет; делением 3,75 кг на 3 находим, что в меньшем пакете 1,25 кг конфет, тогда в большем 2,5 кг конфет.

346. Комбинированная задача, в которой требуется сначала найти часть от числа, выраженную десятичной дробью, а затем решить задачу на части.

4.5. Деление десятичных дробей (продолжение)

Методический комментарий

В учебнике на конкретном примере показано, как разрешить проблему деления двух десятичных дробей, когда при делении уголком процесс оказывается бесконечным. Рассматриваются два приёма. В первом используют замену десятичных дробей обыкновенными, во втором — другое обозначение действия деления (дробную черту) и преобразование полученной записи с опорой на основное свойство дроби.

Обратите внимание на числовые выражения, заключающие упражнения группы **Б**. Здесь показаны приёмы вычисления значений дробных выражений. С подобными выражениями учащиеся встретятся ещё раз в вычислениях с рациональными числами. Желательно с образцами вычисления числовых выражений, рассмотренными в упражнениях **362** и **363**, познакомить всех учащихся класса.

Комментарий к упражнениям

354. г) Найдём ответ двумя способами. Получим $\frac{3}{2}$ — это 1,5.

358. Здесь, как и при решении упражнения **333**, требуется интерпретация полученного результата и подбор в соответствии с этим правильного ответа.

а) Разделив 100 на 0,33, получим $303\frac{1}{3}$. О т в е т: 303 полные банки.

361. б) Электричка была в пути 12 мин, т. е. 0,2 ч. Найдём скорость электрички: $\frac{12,5}{0,2} = \frac{125}{2} = 62\frac{1}{2} = 62,5$ (км/ч).

4.6. Округление десятичных дробей

Методический комментарий

Предварительно надо повторить разряды десятичной дроби и изображение десятичной дроби на координатной прямой. Выполнение

упражнений типа **370** и **371** поможет более сознательному использованию таких утверждений, как «число ... заключено между дробями», «дробь ... ближе к числу ..., чем к числу ...», при изучении округления десятичных дробей.

Термин «округление» знаком учащимся. Уже в начале 5 класса округление отождествлялось с заменой первоначального числа круглым, т. е. числом с нулями на конце. При округлении десятичных дробей точно так же часть цифр справа в десятичной записи заменяется нулями, в результате получается дробь с меньшим числом десятичных знаков или целое число. Вначале округление осуществляется на содержательном уровне — по смыслу (с. 94 учебника), а затем механически — по правилу округления (с. 95 учебника).

Комментарий к упражнениям

382. а) $10,5 : 8 = 1,3125$ (м), т. е. примерно 1 м 31 см.

384. *Дополнительный вопрос:* «В каком случае допущена меньшая ошибка округления, в каком — бо́льшая?»

385. Приведём некоторые числовые иллюстрации:

1) $0,2345 \approx 0,23$ и $1,2345 \approx 0,235$;

2) $0,6784 \approx 0,68$ и $0,6784 \approx 0,678$;

3) $0,1204 \approx 0,12$ и $0,1204 \approx 0,120$ или $0,1296 \approx 0,13$ и $0,1296 \approx 0,130$.

4.7. Задачи на движение

Методический комментарий

При изучении данного пункта учащиеся развивают свои умения в решении задач на движение, которые составляют большой пласт текстовых задач в школьной математике. Здесь решаются несколько более сложные, чем в 5 классе, задачи, а кроме того, в условиях используются десятичные дроби.

В тексте учебника рассмотрены задачи на движение двух объектов в одном направлении. Надо уметь найти скорость их сближения, а затем, если известно расстояние между ними, уметь найти время их встречи, а если известно время их движения, найти расстояние, которое было между ними до встречи.

Комментарий к упражнениям

396, 397. Здесь повторяются основные понятия, связанные с движением по реке. Полезно также предложить учащимся вопрос: «На сколько скорость катера по течению больше скорости катера против течения?»

398. 2) Надо предупредить возможную ошибку учащихся: скорость дана в километрах в час, а расстояние — в метрах, поэтому необходимо привести данные к какой-либо одной единице; здесь легче 400 м выразить в километрах.

Полученный в задаче ответ «0,04 ч» целесообразно выразить в минутах, чтобы можно было реально представить себе необходимое время.

После того как задача решена, можно развить её, добавив вопрос: «За сколько минут инспектор проедет от головного автобуса до последнего, если будет ехать навстречу колонне и все данные задачи останутся прежними?»

399. Полезно разобрать разные способы решения задачи.

1-й способ. 1) $4,5 \cdot 2 = 9$ (км) — прошёл турист за 2 ч;
 2) $4,5 + 4,5 = 9$ (км/ч) — скорость сближения туриста и почтальона;
 3) $9 \cdot 0,5 = 4,5$ (км) — расстояние, пройденное почтальоном до места встречи;

4) $9 + 4,5 = 13,5$ (км) — расстояние от пункта *A* до пункта *B*.

2-й способ. 1) $2 + 0,5 = 2,5$ (ч) — время движения туриста;
 2) $4,5 \cdot 2,5 = 11,25$ (км) — расстояние, пройденное туристом до встречи;
 3) $4,5 \cdot 0,5 = 2,25$ (км) — расстояние, пройденное почтальоном до встречи;

4) $11,25 + 2,25 = 13,5$ (км) — расстояние от пункта A до пункта B .

400. Возможно такое рассуждение: «Когда Саша прошёл $50 \cdot 2 = 100$ (м), вслед за ним вышел его брат. Скорость брата на $60 - 50 = 10$ (км/ч) больше скорости Саши, а поэтому они стали сближаться и через $100 : 10 = 10$ (мин) брат догнал Сашу у стадиона. Так как теперь известны скорость брата и время его движения, то можно найти расстояние от дома до стадиона — оно равно $60 \cdot 10 = 600$ (м)».

402. Эту задачу так же, как и предыдущую, следует решить разными способами. В одном случае учащиеся могут рассуждать следующим образом: «Скорость сближения поездов до встречи и скорость удаления их после встречи 140 км/ч. Значит, они сближаются друг с другом или удаляются друг от друга на 70 км за 0,5 ч. Значит, расстояние в 70 км будет между ними за полчаса до встречи и через полчаса после встречи. Остаётся узнать, через какое время поезда встретятся».

При другом способе решения надо определить сумму расстояний, которые пройдут два поезда до того момента, как между ними будет 70 км. До их встречи эта сумма составит $350 - 70 = 280$ (км), а после встречи $350 + 70 = 420$ (км).

403. Решение можно записать так:

1) Чему равна скорость сближения лодки и плота?

$$9 : 0,5 = 18 \text{ (км/ч)}.$$

2) Если скорость лодки против течения 15 км/ч, а скорость течения плота равна скорости течения, то чему равна удвоенная скорость течения реки?

$$18 - 15 = 3 \text{ (км/ч)}.$$

3) Чему равна скорость течения реки?

$$3 : 2 = 1,5 \text{ (км/ч)}.$$

4) Чему равна собственная скорость лодки?

$$15 + 1,5 = 16,5 \text{ (км/ч)}.$$

Глава 5. Окружность (9 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Характеристика основных видов деятельности учащихся
5.1. Окружность и прямая	2	26—31 (с. 66—67)	Распознавать различные случаи взаимного расположения прямой и окружности, изображать их с помощью чертёжных инструментов. Исследовать свойства взаимного расположения прямой и окружности, используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование. Строить касательную к окружности. Анализировать способ построения касательной к окружности, пошагово заданный рисунками, выполнять построения, осуществлять самоконтроль, проверяя соответствие полученного изображения заданному. Конструировать алгоритм построения изображений, содержащих конфигурацию «касательная к окружности», строить по алгоритму. Формулировать утверждения о взаимном расположении прямой и окружности
5.2. Две окружности на плоскости	2	32—38 (с. 68—70)	Распознавать различные случаи взаимного расположения двух окружностей, изображать их с помощью чертёжных инструментов

			и от руки. Исследовать свойства взаимного расположения прямой и окружности, используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование. Конструировать алгоритм построения изображений, содержащих две окружности, касающиеся внешним и внутренним образом, строить по алгоритму. Формулировать утверждения о взаимном расположении двух окружностей. Сравнивать различные случаи взаимного расположения двух окружностей
5.3. Построение треугольника	2	39—46 (с. 71—73)	Строить треугольник по трём сторонам, описывать построение. Формулировать неравенство треугольника. Исследовать возможность построения треугольника по трём сторонам, используя неравенство треугольника
5.4. Круглые тела	1	92, 93 (с. 95)	Распознавать цилиндр, конус, шар, изображать их от руки, моделировать , используя бумагу, пластилин, проволоку и т. д. Исследовать свойства круглых тел, используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование. Описывать их свойства. Рассматривать простейшие комбинации тел: куб и шар, цилиндр и шар, куб и цилиндр, пирамида из шаров. Рассматривать простейшие сечения круглых тел, получаемые путём предметного

			или компьютерного моделирования, определять их вид. Распознавать развёртки конуса, цилиндра, моделировать конус и цилиндр из развёрток
Обзор и контроль	2		

Основные цели: создать у учащихся зрительные образы основных конфигураций, связанных с взаимным расположением двух окружностей, прямой и окружности; научить строить касательную к окружности; научить выполнять построение треугольника по заданным элементам; познакомить с новыми геометрическими телами — шаром, цилиндром, конусом — и ввести связанную с ними терминологию.

Обзор главы. Обсуждение вопроса о взаимном расположении двух окружностей целесообразно организовать так, чтобы учащиеся по ходу объяснения учителя выполняли соответствующие чертежи, а не рассматривали бы умозрительно рисунок, данный в учебнике.

Собственно говоря, работа ученика с теоретической частью пункта и заключается в том, чтобы он сам изобразил все разобранные в нём конфигурации.

При изучении пункта «Построение треугольника» учащиеся могут выполнять любые необходимые им измерения и использовать для построения различные инструменты — транспортир, линейку, угольник, циркуль. При этом представление о том, каких трёх элементов достаточно для того, чтобы задача на построение треугольника решалась однозначно, формируется интуитивно. Проблема равенства вообще не должна обсуждаться.

Основным результатом изучения данного пункта должны стать умения строить треугольник по трём сторонам, по двум сторонам и углу между ними и, как частные случаи, равносторонний и равнобедренный треугольники. Кроме того, учащиеся должны понимать, что не любая тройка чисел может стать сторонами треугольника.

При этом надо помнить, что все построения целесообразно выполнять на нелинованной бумаге, с тем чтобы линии сетки не мешали восприятию создаваемой конфигурации. При таких построениях клетчатый фон не несёт никакой смысловой нагрузки, однако он отвлекает на себя внимание учащихся, у них возникает желание «привязаться» к этому фону: провести

сторону треугольника по линии сетки, взять вершину в её узле. Всё это частные случаи расположения, а нам необходимо сформировать прежде всего представление об общих случаях основных геометрических конфигураций.

Важный аспект данной темы — это взаимосвязи между сторонами и углами треугольника. К его обсуждению учащиеся должны подойти, уже имея некоторый опыт построения треугольников.

При изучении материала данной главы происходит дальнейшее развитие пространственных представлений и воображения учащихся. Этому, в частности, служит материал п. 5.4 «Круглые тела».

Главная идея здесь — рассматривать предметные модели круглых тел и сопоставлять их с соответствующими проекционными изображениями. Учащиеся должны иметь возможность промоделировать все ситуации, заданные в этом пункте. Они могут работать с готовыми моделями, вылепленными из пластилина или свёрнутыми из бумаги. Научите их сворачивать цилиндрическую поверхность из прямоугольного листа бумаги (разберите два случая), используйте различные упаковочные коробочки.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Проверочная работа 4. Окружности.

5.1. Окружность и прямая

Комментарий к упражнениям

411. Опорой может служить рисунок 5.3 учебника.

415. Помогут свойства клетчатой сетки и рисунок 5.3 учебника.

5.2 Две окружности на плоскости

Комментарий к упражнениям

420. Если учащиеся затрудняются при решении задачи, можно посоветовать им воспроизвести рисунок в тетради или найти соответствующий случай на рисунке 5.4.

422. Попросите учащихся найти эти случаи на рисунке 5.4 учебника.

423. При анализе рисунка необходимо зафиксировать следующее: количество окружностей, их равенство, взаимное расположение, расположение центров окружностей. После того как изображение будет выполнено, попросите сформулировать алгоритм построения.

425. Сложность задачи заключается в том, что радиусы окружностей не проходят по сторонам квадратов сетки. Следовательно, надо сделать мысленный (или логический) переход к одному из таких радиусов.

5.3. Построение треугольника

Комментарий к упражнениям

436. Задание требует аккуратности и чёткости построений, терпения.

437. После того как построение будет выполнено, попросите учащихся сформулировать алгоритм построения.

438. Необходимо составить все тройки значений длин отрезков и применить к каждой неравенство треугольника.

5.4. Круглые тела

Комментарий к упражнениям

447. Необходимо измерить расстояние от отметины на стене до плоскости пола. Это будет радиус шара — в данном случае арбуза.

449. Считать так же, как и кубики, укладываемые в коробку: сколько в одном ряду, сколько рядов, сколько слоёв (ярусов).

451. Для создания этой конструкции нужно взять для начала 4 теннисных шарика и соединить их в точках касания с помощью пластилина.

Глава 6. Отношения и проценты (14 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Дидактические материалы	Характеристика основных видов деятельности учащихся
6.1. Что такое отношение	2	79—80 (с. 32)	О-31, П-22	Объяснять, что показывает отношение двух чисел, использовать и понимать стандартные обороты речи со словом «отношение». Составлять отношения, объяснять содержательный смысл составленного отношения. Объяснять, как находят отношение одноимённых и разноимённых величин, находить отношения величин. Моделировать отношения величин с помощью рисунков и чертежей. Распознавать проблемы, для решения которых требуется применение понятия отношения, в том числе проблемы из реальной жизни, и решать их. Анализировать взаимосвязь отношений сторон квадратов, их периметров и площадей.

				Объяснять , что показывает масштаб (карты, плана, чертежа, модели). Применять знания о масштабе для решения задач практического характера. Строить «копии» фигуры в заданном масштабе
6.2. Деление в данном отношении	3	—	О-32, П-23	Решать задачи на деление чисел и величин в данном отношении, в том числе задачи практического характера. Анализировать , как при постоянном периметре меняется площадь прямоугольника в зависимости от отношения его сторон
6.3. «Главная» задача на проценты	4	75, 77 (с. 30)	О-33, П-24	Выражать проценты десятичной дробью. Характеризовать доли величины различными эквивалентными способами — с помощью десятичной или обыкновенной дроби, процентов. Решать задачи на нахождение нескольких процентов величины, на увеличение (уменьшение) величины на несколько процентов, на нахождение величины по её проценту. Применять понятие

				процента для решения задач практического содержания, задач с реальными данными. Выполнять самоконтроль при нахождении процентов величины, используя приёмы прикидки
6.4. Выражение отношения в процентах	3	76, 78 (с. 30—31)	О-34, О-35, «Проверь себя», П-25	Переходить от десятичной дроби к процентам. Выражать отношение двух величин в процентах. Решать задачи на нахождение процентного отношения двух величин, в том числе с задачи с практическим контекстом, с реальными данными. Анализировать текст задачи, моделировать условие с помощью схем и рисунков, объяснять полученный результат
Обзор и контроль	2			

Основные цели: ввести понятие отношения, продолжить изучение процентов, развить навыки прикидки и оценки.

Обзор главы. Понятие отношения вводится в ходе рассмотрения некоторых жизненных ситуаций. В результате изучения материала учащиеся должны научиться находить отношение двух величин, а также решать задачи на деление величины в данном отношении.

Продолжается развитие представлений учащихся о процентах. Теперь проценты рассматриваются в связи с десятичными дробями. Учащиеся должны научиться выражать процент десятичной дробью, переходить от десятичной дроби к процентам, решать задачи на вычисление процента от некоторой величины, а также выражать отношение двух величин в процентах.

Большое место среди задач учебника продолжают занимать задачи на прикидку, на выработку «ощущения» процента как определённой доли величины, на применение знаний в практических ситуациях.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Зачёт 4. Отношения и проценты.

Пособие «Тематические тесты». Тест 9. Отношения и проценты.

6.1. Что такое отношение

Методический комментарий

Введению термина «отношение» предшествует обсуждение важного практического вопроса о различных способах сравнения чисел и величин. Пример 1 (учебник, с. 122) служит иллюстрацией сравнения величин путём нахождения их отношений. В ходе упражнений учащиеся от термина «частное» переходят к термину «отношение», учатся составлять отношения, объяснять смысл каждого из составленных отношений. Заметим, что в этом пункте рассматриваются отношения как одноимённых, так и разноимённых величин. Разбирая материал, надо подчеркнуть, что в действиях с одноимёнными величинами данные сначала выражают в одних единицах и

затем находят отношение (число, упражнения 469—471); в действиях с разноимёнными величинами получают новую величину (упражнение 472). С понятием «отношение» непосредственно связано понятие «масштаб». Выполнение упражнений 475, 476, 481—484, включённых в этот пункт, будет способствовать формированию необходимых практических навыков, используемых в смежных дисциплинах.

Комментарий к упражнениям

462. а) *Дополнительный вопрос:* «Что показывает каждое из отношений?» Например, отношение $\frac{AB}{AC}$ показывает, во сколько раз длина AB больше длины AC , а отношение $\frac{AC}{AB}$ — какую часть длина AC составляет от длины AB .

466. б) Так как отношение меньше 1, то AC меньше BC , а поэтому точку C надо отметить ближе к точке A .

474. а) Составим отношения и сравним их: $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$, $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$, следовательно, результат у Бориса лучше.

478, 479. Выполняются устно. Ученик должен объяснить смысл каждого из отношений.

480. Равны отношения сторон и периметров квадратов. Полезно выполнить рисунок и ещё раз проиллюстрировать тот факт, что отношение площадей квадратов не равно отношению их сторон. Можно предложить учащимся ещё несколько аналогичных задач, изменив числовые данные.

6.2. Деление в данном отношении

Методический комментарий

Умение решать задачи на деление в данном отношении базируется на умении решать задачи на части. Поэтому в слабом классе, прежде чем

рассматривать пример (учебник, с. 128), можно предложить подготовительное упражнение:

1) Возьмём отрезок AB и разделим его на 5 равных частей и отметим на нём точку C (рис. 5). В каком отношении точка C делит отрезок AB ?

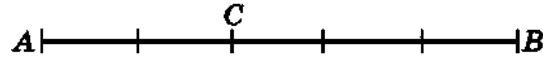


Рис. 5

2) Понятно, что $AC : CB = 2 : 3$. Если длина AB равна 15 см, то можно найти длины образовавшихся частей: $AC = 15 : 5 \cdot 2 = 6$ (см), $CB = 15 : 5 \cdot 3 = 9$ (см).

Деление величин в данном отношении удобно иллюстрировать с помощью рисунков. Советуем на первом этапе чаще «рисовать» задачу. Например, к задаче 489 «а» можно сделать схематический рисунок (рис. 6). К таким схемам учащиеся привыкли уже в 5 классе, решая задачи на части.

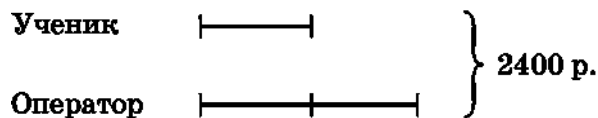


Рис. 6

Комментарий к упражнениям

490. б) Можно рассмотреть разные приёмы вычисления, например, такие:

$$\frac{1,5 \cdot 4}{9} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ (ч)} = 40 \text{ (мин)}; \quad \frac{1,5 \cdot 5}{9} = \frac{5}{6} \text{ (ч)} = 50 \text{ (мин)}.$$

Можно выразить 1,5 ч в минутах и затем выполнять вычисления.

491. а) Выразим массу в одних единицах измерения:

$$2 \text{ кг } 550 \text{ г} = 2550 \text{ г}, \text{ или } 2 \text{ кг } 550 \text{ г} = 2,55 \text{ кг}.$$

Обратите внимание учащихся на то, что в ответе к этой задаче указываем только одну величину:

$$1 \text{ кг } 200 \text{ г} (1,2 \text{ кг}).$$

494. Целесообразно решить задачу на доске, разделив её на 4 части. В тетради решение можно представить наглядно, изображая прямоугольники в масштабе, приняв за длину периметра, например, 36 клеточек.

495. Сначала найдём, сколько частей приходится на отрезок CB : $5 - 2 = 3$ (части). Отсюда получаем: а) $AC : CB = 2 : 3$; б) $CB : AB = 3 : 5$; в) $AB : AC = 5 : 2$; г) $AB : CB = 5 : 3$.

496. Если отношение числа мальчиков к числу девочек равно $5 : 4$, то число мальчиков составляет 5 частей, девочек — 4 такие же части, а число всех учащихся школы — 9 таких же частей. Поэтому мальчики от числа всех учащихся школы составляют $\frac{5}{9}$, а девочки — $\frac{4}{9}$.

497. Сначала надо найти отношение, в котором хозяин разделил корм: 9 кг к 3 кг — это $9 : 3$, т. е. $3 : 1$. О т в е т: $\frac{1}{4}$.

498. Эта подготовительная задача для решения задач группы Б. Надо уметь определять, какая из двух величин, заданных в отношении, дана в условии, уметь выразить разницу двух данных величин «в частях». Целесообразно в классе последовательно решить все задачи под этим номером.

501. Всё число карандашей надо выразить в частях. Число карандашей в маленькой коробке составляет 5 частей, а в большой — 9 частей. В трёх маленьких коробках 15 частей, а в двух больших коробках — 18 частей. Имеем: на $15 + 18 = 33$ (части) приходится 66 карандашей, следовательно, на 1 часть — 2 карандаша. В маленькой коробке $2 \cdot 5 = 10$ (карандашей), в большой коробке $2 \cdot 9 = 18$ (карандашей).

503. Задача трудная, поэтому для лучшего понимания на доске желательно выполнить рисунок (рис. 7). Теперь становится понятно, что число чижей составляет 5 частей, ужей — 4 части, ежей — 2 части, а всего 11 частей. После этого можно показать другое рассуждение: умножив оба члена второго отношения на 2 (чтобы первый его член стал равен 4), получим $2 : 1 = 4 : 2$. Получаем то же распределение частей. О т в е т: 50 чижей, 40 ужей и 20 ежей.

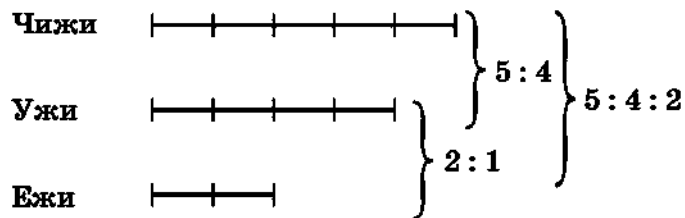


Рис. 7

6.3. «Главная» задача на проценты

Методический комментарий

Изучение темы является продолжением работы, начатой в начале учебного года, когда было введено понятие «процент» и учащиеся познакомились с широким спектром задач, в которых оно встречалось. Напомним, что задачи решались преимущественно содержательно, на основе понимания смысла процента. Следующий этап в овладении понятием процента — ознакомление учащихся с возможностью связать проценты с десятичными дробями и находить процент числа умножением на дробь. Заметим, однако, что при решении задач, в которых требуется найти проценты от числа, способ решения ученик может выбирать сам.

Знание наизусть некоторых фактов (20% — это $\frac{1}{5}$, 25% — это $\frac{1}{4}$ и т. п.) используется в решении задач, и, в частности, оно очень полезно для решения задач на прикидку (упражнение 520).

Задачи, включающие увеличение (уменьшение) величины на несколько процентов, при фронтальной работе желательно решать двумя способами, как показано в примере 3 (с. 132 учебника), но ученику следует предоставить право ограничиться первым способом или предпочесть второй.

Комментарий к упражнениям

518. а) Надо пояснить учащимся, что речь идёт об увеличении вклада на 9%.

524. Эту задачу можно решить разными способами. Вот возможное решение:

- 1) $0,78 \cdot 98\,000 = 76\,440$ (книг) — число книг на русском языке;
- 2) $76\,440 \cdot 0,95 = 72\,618$ (книг) — столько было художественной литературы и справочников на русском языке;
- 3) $72\,618 : 7 = 20\,748$ (книг) — столько было справочников на русском языке.

527. Формальная постановка вопроса может оказаться сложной. Поэтому рекомендуется, используя данные задачи, сделать их «сюжетными». Например, если 15% расстояния равны 12 км, найдите 5% этого расстояния.

528. Можно разбить класс на группы, разные по числу учащихся, и предложить каждой группе вычислить, сколько будет стоить для неё экскурсия.

6.4. Выражение отношения в процентах

Методический комментарий

В центре изучения материала данного пункта находится задача: определить, сколько процентов одна величина составляет от другой. Принят подход, в соответствии с которым сначала находим, какую часть одна величина составляет от другой, а затем эту часть выражаем в процентах. Поэтому важно акцентировать внимание на двух моментах: повторить решение задач, рассмотренных в начале года (п. 1.4 учебника, задачи типа **65—67**), и отработать умение перейти от десятичной и обыкновенной дроби к процентам (упражнения **533—536**).

Решение задач **537—543** целесообразно проводить в два этапа: выразить часть (долю) величины дробью и выразить дробь в процентах.

При решении задач **544** и **545**, а также задач **550** и **551** рекомендуется сделать проверку ответа составлением и решением обратной задачи. Например, решив задачу **551** «а», получим о т в е т: цена акции снизилась на 20%. Теперь можно составить и решить такую задачу: «В сентябре акция

стоила 250 р., а в октябре её цена снизилась на 20%. Какой стала цена акции в октябре?»

Значительное внимание уделяется заданиям на прикидку, нацеленным на выработку «ощущения» процента как определённой доли величины (упражнения 546—549).

Комментарий к упражнениям

536. В данном примере перейти от обыкновенной дроби к десятичной целесообразно, используя основное свойство дроби.

537. Для ответа на вопрос задачи следует сначала ответить на вопрос: «Какую часть ...?»

544, 545. Первый вопрос: «На какую часть ...?»; второй: «На сколько процентов ...?».

548. Рассуждать можно так: а) заштрихованная часть чуть больше четверти круга и значительно меньше его половины, т. е. ответом может быть Б — 27%; г) заштрихована треть фигуры, т. е. примерно 33%, — ответ Б; е) заштриховано менее 50% круга, т. е. надо выбрать ответ В — 45%.

551. Требуется внимания выбор величины, по отношению к которой вычисляется, сколько процентов составляет повышение или понижение цены.

554. Можно организовать работу по группам, а затем объединить полученные результаты.

Глава 7. Симметрия (8 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Характеристика основных видов деятельности учащихся
7.1. Осевая симметрия	2	47—50 (с. 74—76)	Распознавать плоские фигуры, симметричные относительно прямой. Вырезать из бумаги две фигуры, симметричные относительно прямой. Строить с помощью инструментов фигуру (отрезок, ломаную, треугольник, прямоугольник, окружность), симметричную данной относительно прямой, изображать от руки. Проводить прямую, относительно которой две фигуры симметричны. Конструировать орнаменты и паркетные узоры, используя свойство симметрии. Формулировать свойства двух фигур, симметричных относительно прямой. Исследовать свойства фигур, симметричных относительно плоскости, используя эксперимент, наблюдение, моделирование. Описывать их свойства

7.2. Ось симметрии фигуры	2	51—56 (с. 77—78), 79, 80 (с. 87), 94 (с. 96)	Находить в окружающем мире плоские и пространственные симметричные фигуры. Распознавать фигуры, имеющие ось симметрии. Вырезать их из бумаги, изображать от руки и с помощью инструментов. Проводить ось симметрии фигуры. Формулировать свойства равнобедренного и равностороннего треугольников, прямоугольника, квадрата, круга, связанные с осевой симметрией. Формулировать свойства параллелепипеда, куба, конуса, цилиндра, шара, связанные с симметрией относительно плоскости. Конструировать фигуры, используя свойство симметрии, в том числе с помощью компьютерных программ
7.3. Центральная симметрия	2	57—65 (с. 79—81)	Распознавать плоские фигуры, симметричные относительно точки. Строить фигуру, симметричную данной относительно точки, с помощью инструментов, достраивать, изображать от руки. Находить центр симметрии фигуры, конфигурации. Конструировать орнаменты и паркеты, используя свойство симметрии, в том числе с помощью компьютерных программ. Формулировать свойства фигур, симметричных

		относительно точки. Исследовать свойства фигур, имеющих ось и центр симметрии, используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование. Выдвигать гипотезы, формулировать, обосновывать, опровергать с помощью контрпримеров утверждения об осевой и центральной симметрии фигур
Обзор и контроль	2	

Основные цели: дать представление о симметрии в окружающем мире; познакомить с основными видами симметрии на плоскости и в пространстве; приобрести опыт построения симметричных фигур; расширить представления об известных фигурах, познакомив со свойствами, связанными с симметрией; показать возможности использования симметрии при решении различных задач и построениях.

Обзор главы. В главе рассматриваются осевая и центральная симметрия, а также примеры симметрии в пространстве.

Изучение осевой и центральной симметрии строится по одной и той же схеме: в ходе физического действия вводится понятие точек, симметричных относительно прямой (центра); анализируются особенности их расположения относительно оси (центра) симметрии и на основе этого формулируется способ построения симметричных точек; рассматриваются фигуры, симметричные относительно прямой (точки), и фиксируется факт их равенства; вводится понятие оси (центра) симметрии фигуры; устанавливается наличие у известных фигур осей (центра) симметрии.

Изучение видов симметрии и её свойств опирается на фактические действия и физический эксперимент. Для осевой симметрии — это перегибание по оси симметрии, для центральной — поворот на 180° .

Являясь основным средством формирования представлений о симметрии, эти действия должны быть постоянной составляющей всех уроков.

Так, введение понятия точек, симметричных относительно прямой (точки), должно сопровождаться практическими действиями, описанными в учебнике (с. 145, 149). Точно так же с помощью реально выполненного наложения учащиеся должны убедиться в равенстве симметричных фигур. (Для этого удобно перенести рисунок на кальку и выполнить перегибание или поворот на 180° .) К опытной проверке целесообразно прибегать и для того, чтобы подтвердить или опровергнуть вывод, к которому пришёл ученик в результате мысленных действий. Так, например, чтобы убедиться, что

треугольники в задаче **560** несимметричны, можно перенести рисунок на кальку и выполнить перегибание по заданной прямой.

Одно из основных умений, которым должны овладеть учащиеся, — это построение фигуры (точки, отрезка, треугольника и др.), симметричной данной. Заметим, что наряду с обучением построению симметричных фигур по точкам с помощью инструментов следует стремиться к тому, чтобы учащиеся могли представить симметричный образ целиком, нарисовать его от руки. Подчеркнём, что при построении симметричных точек учащиеся имеют право пользоваться любыми инструментами. Что же касается построений циркулем и линейкой, то их надо рассматривать как дополнительный материал, с которым целесообразно ознакомить сильных учащихся.

Обращаем внимание учителя на то, что из двух видов симметрии — осевой и центральной — бо2льшую сложность для усвоения представляет центральная симметрия. В связи с этим к обязательным результатам обучения не отнесено умение построить фигуру, симметричную данной относительно центра. Основная цель изучения данного материала — сформировать представление о центральной симметрии как о повороте на 180° . В связи с этим необходимо убедиться, что учащиеся понимают оборот речи «поворот на 180° » и могут этот поворот выполнить. При повороте на 180° точка занимает положение, противоположное относительно центра, т. е. она оказывается на той же прямой (проходящей через неё и через центр), но по другую сторону от центра.

Полезно, чтобы учащиеся поэкспериментировали с различными центрально-симметричными фигурами. Например, можно начертить в тетради прямоугольник, провести его диагонали и убедиться, что точки их пересечения — центр симметрии прямоугольника. Для этого надо перевести рисунок на кальку, закрепить его в точке пересечения диагоналей и повернуть прямоугольник на кальке вокруг этой точки на 180° . Оба

прямоугольника опять совместятся. Далее следует обсудить, какие вершины при этом повороте совместились, какие стороны, углы и т. д.

Среди фигур, с которыми экспериментируют учащиеся, должен быть и равносторонний треугольник. Путём перегибаний учащиеся могут убедиться, что у него три оси симметрии. Если перегибания будут выполнены аккуратно, то учащиеся получат точку пересечения осей симметрии. Здесь же можно убедиться, что эта точка не является его центром симметрии.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Проверочные работы: 5. Осевая симметрия; 6. Центр и ось симметрии фигуры.

7.1. Осевая симметрия

Комментарий к упражнениям

560. Можно перенести рисунок на кальку и выполнить перегибание.

562. Напоминаем, что на клетчатой бумаге построения выполняются с использованием её свойств.

567. При выполнении задания можно воспользоваться зеркалом.

569. Попросите учащихся сначала объяснить, как должна проходить ось симметрии относительно двух симметричных точек.

570. Наиболее быстрым будет то окрашивание, при котором после первого перегибания получатся 2 окрашенных квадрата, после второго — 4, после третьего — 8, а четвёртое будет последним — окажутся окрашенными все 16 квадратов. Один из возможных вариантов окраски изображён на рисунке 8. (Число внутри квадрата показывает, в результате какого перегибания квадрат оказался окрашенным.)

	1	3	3
2	2	3	3
4	4	4	4
4	4	4	4

Рис. 8

При желании ответ можно получить с помощью эксперимента. Для этого на отдельном листе бумаги нужно воспроизвести рисунок и закрасить чёрный квадрат очень мягким карандашом.

7.2. Ось симметрии фигуры

Комментарий к упражнениям

581. Ответ целесообразно проиллюстрировать перегибанием вырезанного из бумаги равностороннего треугольника.

584. У треугольника — 3, у четырёхугольника — 4, у пятиугольника — 5, у шестиугольника — 6 и т. д.

586, 587. При выполнении заданий учащиеся могут воспользоваться зеркалом.

588. Начать решение надо с рассмотрения рисунка 7.14 учебника. Из рисунка видно, что вершина, не принадлежащая основанию, лежит на оси симметрии треугольника.

Последовательность построений будет такой: строится отрезок, равный 6 см; через его середину проводится прямая, перпендикулярная этому отрезку; на этой прямой выбирается любая точка и соединяется с концами отрезка. Построение может быть выполнено с помощью любых инструментов, а также на клетчатой бумаге с использованием её свойств.

589. Сначала с помощью двух перегибаний получаем две перпендикулярные прямые. Третьим перегибанием нужно загнуть

образовавшийся прямой угол. Развернув лист бумаги, мы увидим четыре равнобедренных треугольника, один из которых надо обвести карандашом. Полезно отметить его равные стороны и равные углы.

591. У первого тела две плоскости симметрии, у второго — одна, у третьего — ни одной, у четвёртого — одна.

7.3. Центральная симметрия

Комментарий к упражнениям

598. Если в каких-то случаях учащимся проще построить точку, симметричную относительно заданной точки, не по клеткам, а с помощью линейки, они могут это сделать.

601. Учащимся, возможно, будет проще выполнять построения, если они обозначат вершины фигуры буквами.

607. Можно воспользоваться рисунками из этой главы учебника.

Глава 8. Выражения, формулы, уравнения (15 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Дидактические материалы	Характеристика основных видов деятельности учащихся
8.1. О математическом языке	2	О-44, П-34	Обсуждать особенности математического языка. Записывать математические выражения с учётом правил синтаксиса математического языка, составлять выражения по условиям задач с буквенными данными. Использовать буквы для записи математических предложений, общих утверждений; осуществлять перевод с математического языка на естественный язык и наоборот. Иллюстрировать общие утверждения, записанные в буквенном виде, числовыми примерами
8.2. Буквенные выражения и числовые подстановки	2	—	Строить речевые конструкции с использованием новой терминологии (буквенное выражение, числовая подстановка, значение буквенного выражения, допустимые значения букв). Вычислять числовые значения буквенных выражений при данных значениях

			букв. Находить допустимые значения букв в выражении. Отвечать на вопросы задач с буквенными данными, составляя соответствующие выражения
8.3. Формулы. Вычисления по формулам	3	О-45, П-35, П-36	Составлять формулы, выражающие зависимости между величинами, в том числе по условиям, заданным рисунком. Вычислять по формулам, выражать из формулы одну величину через другие
8.4. Формулы длины окружности, площади круга и объёма шара	2		Находить экспериментальным путём отношение длины окружности к диаметру. Обсуждать особенности числа π ; находить дополнительную информацию об этом числе. Знакомиться с формулами длины окружности, площади круга, объёма шара; вычислять по этим формулам. Вычислять размеры фигур, ограниченных окружностями и их дугами. Округлять результаты вычислений по формулам
8.5. Что такое уравнение	4	О-46, «Проверь себя», П-37	Строить речевые конструкции с использованием слов «уравнение», «корень уравнения». Проверять , является ли указанное число корнем рассматриваемого уравнения. Решать уравнения на основе зависимостей

			между компонентами действий. Составлять математические модели (уравнения) по условиям текстовых задач
Обзор и контроль	2		

Основные цели: развить представления учащихся об использовании буквенной символики, сформировать элементарные навыки составления буквенных выражений и вычисления их значений, а также работы с формулами, дать первоначальное представление об уравнении с одной переменной.

Обзор главы. Глава включает материал, относящийся к алгебраическому блоку содержания курса математики 5—6 классов. Он группируется вокруг трёх фундаментальных алгебраических понятий: выражение, формула, уравнение. Изложение материала ведётся на основе знакомства с математическим языком, перевода с естественного языка на математический, использования математического языка для описания реальной действительности.

Вначале обсуждается вопрос об использовании букв для обозначения чисел, вводится понятие буквенного выражения и такие связанные с ним понятия, как «числовая подстановка», «значение буквенного выражения», «допустимые значения букв». На элементарном уровне отрабатываются соответствующие практические умения.

Опыт работы с буквенными выражениями является основой для изучения следующего фрагмента, в котором рассматривается вопрос о формулах. Формула для учащихся — это буквенное равенство, которое на символическом языке описывает некоторое правило. Учащиеся записывают в виде формул известные им правила вычисления некоторых величин (периметра и площади прямоугольника и квадрата, объёма прямоугольного параллелепипеда и т. д.) и знакомятся с новыми геометрическими понятиями и соответствующими формулами (длины окружности, площади круга, объёма шара).

Завершается глава обсуждением вопроса об уравнениях. Уравнение появляется как результат перевода условия текстовой задачи на математический язык. Решаются уравнения на этом этапе изучения курса известным из начальной школы приёмом — на основе зависимости между

компонентами действий. Подчеркнём, что этот фрагмент по своей дидактической роли служит вводным этапом в тему «Уравнения», изучение которой будет начато в курсе алгебры 7 класса.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Зачёт 7. Буквы и формулы.

Пособие «Тематические тесты». Тест 14. Буквы и формулы.

8.1. О математическом языке

Методический комментарий

Учащиеся уже имеют опыт использования букв для записи простейших выражений, свойств арифметических действий, для обозначения неизвестного числа. Они также умеют пользоваться такими математическими символами, как знаки арифметических действий, знаки сравнения, скобки. Теперь эти знания и умения служат основой для разговора о математическом языке как специальном языке науки, который создавался и совершенствовался вместе с развитием математики.

Упражнения в пункте направлены на формирование навыков чтения и записи буквенных выражений и буквенных равенств. Вся работа осуществляется как деятельность по переводу с естественного языка на математический и наоборот. К системе упражнений учебника целесообразно добавить задания на содержательную интерпретацию буквенных выражений, например: «Килограмм шоколадных конфет стоит a рублей, килограмм карамели стоит b рублей. Что могло быть куплено, если стоимость покупки (в рублях) равна $a + b$? $3b$? $2a$? $2a + b$? Каков смысл выражения $a - b$?»

Комментарий к упражнениям

618. Выражения следует записывать с учётом правил, изложенных в теоретической части пункта.

619. а) Ученики могут дать ответ в виде $a \cdot 2$. После этого надо перейти к принятой форме записи: $a \cdot 2 = 2a$.

б) Возможны разные варианты ответа: $\frac{1}{2}a$, $a : 2$, $\frac{a}{2}$.

г) Типичная ученическая ошибка: ответ записывается в виде $10\%a$. Ученики должны осознать необходимость выражения процентов числом: 10% — это $0,1$. Тогда задание сводится к вариантам «а»—«в».

622. В заданиях «а»—«г» достаточно подобрать какое-то число, при котором записанное буквенное неравенство обращается в верное числовое неравенство. В случае «д» такое число единственное: $x + 15 = 31$, если $x = 16$. Учащиеся просто должны дать о т в е т, говорить о решении уравнения здесь не надо. В сильном классе подобное задание можно предложить для случаев «е» и «ж».

625. Каждое следующее натуральное число на 1 больше предыдущего. Если произвольное натуральное число обозначить буквой n , то следующее число нужно записать как $n + 1$.

а) $n(n + 1)$; б) $n + (n + 1)$.

8.2. Буквенные выражения и числовые подстановки

Методический комментарий

Задания на вычисление значений буквенных выражений будут встречаться учащимися на протяжении всех лет обучения в школе по ходу введения новых выражений и изучения чисел новой природы. Такое внимание к заданиям подобного рода объясняется тем, что при их выполнении требуется владение целым комплексом знаний и умений. А именно: требуется понимание смысла символической записи, структуры данного выражения, владение понятием «допустимые значения букв», умение выполнить числовую подстановку и правильно записать получившееся числовое выражение, умение произвести вычисления над заданными числами. Заметим также, что задания на вычисление значений буквенных выражений полезны в качестве пропедевтики к изучению функций и просто для поддержания вычислительных навыков.

В данном пункте появляются основные термины, которые должны войти в активный словарь учащихся, и на примере разъясняется приём вычисления значения буквенного выражения. При рассмотрении примера следует обратить внимание учащихся на то, как изменился «внешний вид» выражения при замене букв числами: десятичную дробь мы заключили в скобки (как это принято при записи степени десятичной дроби); между множителями a и b восстановили точку — знак умножения. Полезно также подчеркнуть, что при выполнении числовой подстановки важно не забыть заменить числами *все* содержащиеся в выражении буквы. При этом одну и ту же букву заменяют одним и тем же числом (так, вместо буквы a мы дважды подставили 0,5).

Формирование умения правильно выполнить числовую подстановку и вычислить соответствующее значение буквенного выражения — главная практическая цель данного пункта. Заметим, что не следует усложнять эту задачу, предлагая учащимся выражения более сложной структуры, чем содержащиеся в учебнике (задания 633—635). Не нужно также усиливать вычислительную сторону заданий. Что касается понятия «допустимые значения букв», то пока речь идёт об осознании самой идеи: в выражение не всегда можно подставлять какие угодно числа; ограничения на числовые значения букв накладываются содержащимися в выражении действиями, а также условиями рассматриваемой ситуации (если речь идёт о составлении выражения по тексту сюжетной задачи). Отработка навыков на этом этапе не предполагается.

Комментарий к упражнениям

633—634. Желательно приучать учащихся вести запись цепочкой, как в рассмотренном примере. Промежуточные вычисления следует записывать, а не держать числа в уме. Отдельные действия в случае затруднений можно выполнять письменно в стороне.

636. Ученики не должны ограничиваться просто устным ответом. Так, в случае «б» следует записать равенство $ac + bc = 11,2$ и дать пояснение со ссылкой на распределительное свойство.

637. Нужно увидеть меняющийся компонент действия, именно его и следует заменить буквой.

641. Полезно дать дополнительное задание на вычисление, как в упражнении **639**.

642. Не надо выполнять задание формально, путём решения соответствующего уравнения. Правильность ответа желательно проверять вычислением.

8.3. Формулы. Вычисления по формулам

Методический комментарий

Для учащихся формула — это буквенное равенство, которое описывает правило вычисления значений некоторой величины. Важно убедиться, что ученики осознают разницу между буквенным выражением и формулой. Формула (в отличие от выражения) состоит из двух частей, соединённых знаком «=». В её левой части записана буква, обозначающая величину, значения которой вычисляются по этой формуле, в правой — буквенное выражение, показывающее, какие действия и над какими числами надо выполнить.

Теоретическая часть пункта посвящена составлению нескольких важных формул: периметра и площади прямоугольника (в частности, квадрата), периметра треугольника (в том числе равностороннего), объёма параллелепипеда, а также пути при движении с постоянной скоростью. Правила вычисления указанных величин учащимся хорошо знакомы, и теперь надо от их словесной формулировки перейти к символической записи. При составлении формул (здесь и далее) можно идти «от конкретного к абстрактному», как это сделано в примерах 1 и 4, а именно: сначала записать

выражение для вычисления рассматриваемой величины при числовых значениях исходных данных, а потом, обобщая, заменить их буквами.

Упражнения к пункту направлены на формирование умения составлять несложные формулы и вычислять по формулам (задания **651—654, 658—660, 663, 664**), а также выражать одну из величин, входящих в формулу, через другие (задания **655—657, 661, 662**).

На данном этапе следует стремиться к тому, чтобы ученики поняли принципиальную возможность использования формулы для нахождения любой из входящих в неё величин и могли бы делать это в простейших случаях (в формулах типа $S = nt$, $A = M - m$). При этом ученики могут действовать следующими способами: или выразить одну величину через другую, а затем выполнить числовую подстановку, или сразу подставить в данную формулу значения букв и после этого найти искомую величину. В любом из этих случаев для выражения из формулы какой-либо величины они могут опираться на правила нахождения неизвестных компонентов действий. Однако более полезно на данном этапе содержательное решение задачи. Например, чтобы выразить из формулы периметра треугольника $P = a + b + c$ сторону b , ученик может рассуждать так: если известны периметр и две стороны треугольника a и c , то, чтобы найти сторону b , надо из периметра вычесть длины сторон a и c , т. е. $b = P - a - c$.

Комментарий к упражнениям

651. Ученики могут рассуждать по-разному. Например, так: $P = x + x + x + x + a + a = x \cdot 4 + a \cdot 2 = 4x + 2a$. Или так: четыре стороны имеют длину, равную x , значит, в сумме их длины составляют $4x$; две стороны имеют длину, равную a , и в сумме их длины составляют $2a$. Отсюда $P = 4x + 2a$.

660. Задание трудное, здесь требуется своего рода «геометрическое видение».

а) Длины двух отрезков — вертикального и горизонтального — известны: это x и y . И нет никаких данных о том, каковы длины остальных отрезков. Но можно увидеть, что сумма длин двух горизонтальных отрезков равна y , а двух вертикальных равна x . Поэтому $p = 2x + 2y$.

б) Пусть ученики подпишут на рисунке длины вертикальных отрезков — это a и x . Понятно, что сумма длин горизонтальных отрезков равна y . Таким образом, $P = 2x + 2y + 2a$.

8.4. Формулы длины окружности, площади круга и объёма шара

Методический комментарий

Окружность, круг, шар — это те геометрические объекты, которые учащимся хорошо знакомы как из курса математики, так и из реальной жизни. У учеников имеются также начальные представления о длине произвольной линии, площади фигуры произвольной формы, объёме тела. Поэтому в качестве введения достаточно сказать, что в математике есть специальные формулы, которые позволяют вычислять указанные в названии величины — длину окружности, площадь круга и объём шара.

Понятно, что это первый, пропедевтический этап знакомства с указанными формулами. Его цель — расширить круг прикладных умений учеников путём их знакомства с формулами принципиально новой природы, усилить связь обучения математике с реальной жизнью.

Изложение материала в учебнике начинается с описания эксперимента по нахождению отношения длины окружности к диаметру. Этот эксперимент должен проделать каждый ученик, например в качестве домашнего задания. У каждого ученика будет свой «круглый» предмет (чашка, кастрюля, пластина круглой формы и т. д.). Нужно предупредить учащихся о необходимости аккуратного выполнения измерений, о желаемой точности результата (достаточно найти первый знак после запятой). Затем результаты, полученные учащимися, надо выписать на доске. Важно подчеркнуть

удивительность обнаруженного факта: у всех получилось число, близкое к числу 3.

Полезно, чтобы формулы длины окружности, площади круга и объёма шара, изображённые на специальном плакате, были вывешены в классе. Учащиеся на данном этапе могут их не запоминать. Но они должны увидеть некоторые их особенности: в каждую формулу входит число π ; в формуле длины окружности буква r содержится в первой степени, в формуле площади круга — во второй, объёма шара — в третьей.

Упражнения к пункту направлены на формирование умений вычислять по рассмотренным формулам. При записи цепочки вычислений приходится заменять точное значение величины приближённым значением (при замене числа π его приближённым значением, при округлении результата). Желательно, чтобы учащиеся понимали эту особенность выполняемых действий и осознанно использовали в соответствующих случаях знак приближённого равенства. В качестве образца рассуждений и записи решения можно использовать примеры из текста учебника.

Комментарий к упражнениям

В качестве приближённого значения числа π в ходе вычислений следует брать число 3,14. Заметим также, что учащимся не известны правила записи результата при выполнении действий с приближёнными значениями, поэтому в учебнике часто содержится указание, до какого разряда следует округлять ответ. При необходимости такое указание должен дать учитель.

670. Обратите внимание учащихся на приближённую формулу длины окружности. Её удобно использовать в бытовых расчётах, когда результат достаточно определить грубо.

675. Удобно ввести обозначения C_1 и C_2 . Тогда $C_1 = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$, $C_2 = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$. Формально надо было бы найти отношение C_2 к C_1 , но и так понятно, что длина второй окружности в 2 раза больше.

Точно так же $S_1 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi$, $S_2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$. Площадь второго круга в 4 раза больше.

677. В качестве дополнительного задания можно предложить составить общие формулы, например для вычисления длины дорожки вокруг стадиона. Если обозначить длину дорожки буквой l , площадь стадиона буквой S , а диаметры полукруглых частей буквой d , то получим формулу $l = \pi d + 2d$. Можно записать и приближённую формулу: $l \approx 3,14d + 2d = 5,14d$. (Это задание достаточно трудное.)

678. Площадь кольца равна разности площадей кругов с радиусами 5 см и 3 см: $S = 25\pi - 9\pi$. Далее ученики могут рассуждать по-разному: дважды подставить вместо π число 3,14, дважды выполнить умножение, а затем вычитание; или догадаться, что $25\pi - 9\pi = 16\pi$, а уже затем выполнить подстановку. Следует дать указание: полученное числовое значение надо округлить до десятков. (О т в е т: $\approx 50 \text{ см}^2$.)

680. О т в е т: $\approx 280 \text{ см}^2$.

681. Задание трудное, оно только для сильных учеников. Задача похожа на задачу о площади кольца (см. упражнение **678**), только здесь надо найти разность двух объёмов — апельсина с кожурой (радиус равен 4 см) и апельсина без кожуры (радиус равен 3 см). О т в е т: несъедобной.

8.5. Что такое уравнение

Методический комментарий

Материал этого пункта — это своего рода введение в один из основных разделов курса алгебры «Уравнения». Его основная цель — знакомство с понятием уравнения, которое вводится в контексте перевода некоторого сюжета на математический язык. Подчеркнём, что уравнения здесь решаются только на основе правил нахождения неизвестных компонентов действий; алгебраические приёмы будут рассмотрены в 7 классе.

Большая часть упражнений к пункту — это текстовые задачи, по условию которых надо составить уравнение, при этом решить составленное

уравнение требуется не всегда (более того, при переводе условия задачи на математический язык учащиеся могут прийти к уравнению, алгоритмом решения которого они пока не владеют — неизвестное будет содержаться в обеих частях записанного равенства). Если рассматривать данный материал с точки зрения подготовки учащихся к овладению алгебраическим методом решения задач, то следует констатировать, что акцент здесь сделан на первом его шаге — составлении уравнения.

Комментарий к упражнениям

697. а) Учащиеся могут предложить разные варианты составления уравнения.

Если обозначить через x меньшее количество карандашей, то можно составить такое уравнение: $x + (x + 5) = 27$. Если обозначить через x большее количество карандашей, то получим уравнение $x + (x - 5) = 27$.

Можно рассуждать иначе. Пусть в одной коробке x карандашей, тогда в другой $(27 - x)$ карандашей. Далее составляются разные уравнения в зависимости от того, что принято за x — большее или меньшее количество карандашей: $x - (27 - x) = 5$ или $(27 - x) - x = 5$.

При решении задач такого рода первый вариант предпочтительнее.

699. а) Обозначим через x возраст Юли, т. е. младшей девочки. Уравнение можно записать по-разному, например: $3x - x = 8$ или $x + 8 = 3x$.

700. а) Обозначим через x количество бензина (в литрах) во втором баке. Для составления уравнения удобно записать таблицу:

	Первый бак	Второй бак
Было	$2x$	x
Стало	$2x - 7$	$x + 3$

Имеем уравнение $2x - 7 = x + 3$.

Глава 9. Целые числа (14 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Дидактические материалы	Характеристика основных видов деятельности учащихся
9.1. Какие числа называют целыми	1	81—94 (с. 33—38)	—	Приводить примеры использования в жизни положительных и отрицательных чисел (температура, выигрыш—проигрыш, выше—ниже уровня море и пр.). Описывать множество целых чисел. Объяснять , какие целые числа называют противоположными. Записывать число, противоположное данному, с помощью знака «минус». Упрощать записи типа $-(+3)$, $-(-3)$
9.2. Сравнение целых чисел	2	95—101 (с. 38—40)	—	Сопоставлять свойства ряда натуральных чисел и ряда целых чисел. Сравнивать и упорядочивать целые числа. Изображать целые числа точками на координатной прямой.

				Использовать координатную прямую как наглядную опору при решении задач на сравнение целых чисел
9.3. Сложение целых чисел	3	102—104 (с. 40— 41)	О-36, П-26	Объяснять на примерах, как находят сумму двух целых чисел. Записывать на математическом языке свойство нуля при сложении, свойство суммы противоположных чисел. Упрощать запись суммы целых чисел, опуская, где это возможно, знак «+» и скобки. Переставлять слагаемые в сумме целых чисел. Вычислять суммы целых чисел, содержащие два и более слагаемых. Вычислять значения буквенных выражений
9.4. Вычитание целых чисел	3	105—106 (с. 41—42)	О-37, П-27	Формулировать правило нахождения разности целых чисел, записывать его на математическом языке. Вычислять разность двух целых чисел. Вычислять значения числовых выражений, составленных из целых чисел с помощью знаков «+» и «-»,

				осуществлять самоконтроль. Вычислять значения буквенных выражений при заданных целых значениях букв. Сопоставлять выполнимость действия вычитания в множествах натуральных чисел и целых чисел
9.5. Умножение и деление целых чисел	3	107—119 (с. 42—47)	О-38, О-39, «Проверь себя», П-28, П-29, П-30	Формулировать правила знаков при умножении и делении целых чисел, иллюстрировать их примерами. Записывать на математическом языке равенства, выражающие свойства 0 и 1 при умножении, правило умножения на -1. Вычислять произведения и частные целых чисел. Вычислять значения числовых выражений, содержащих разные действия с целыми числами. Вычислять значения буквенных выражений при заданных целых значениях букв. Исследовать вопрос об изменении знака произведения целых чисел при изменении на противоположные знаков множителей.

				Опровергать с помощью контрпримеров неверные утверждения о знаках результатов действий с целыми числами
Обзор и контроль	2			

Основные цели: мотивировать введение положительных и отрицательных чисел, сформировать умение выполнять действия с целыми числами.

Обзор главы. Выделение в начале изучения положительных и отрицательных чисел специального блока «Целые числа» позволяет на простом материале познакомить учащихся практически со всеми основными понятиями. В результате последующее изучение рациональных чисел является уже «вторым проходом» всех принципиальных вопросов, что облегчает восприятие материала и способствует прочности приобретаемых навыков.

Рассмотрение действий с целыми числами полезно предварить выполнением заданий из рабочей тетради, нацеленных на выработку умений использовать знаки «+» и «-» при обозначении величины, на создание содержательной основы для последующего изучения действий с целыми числами. Вообще особенностью принятого в учебнике подхода является широкая опора на жизненные ситуации: выигрыш — проигрыш, доход — расход и т. д. Роль формальных приёмов на этом этапе невелика.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Зачёт 5. Целые числа.

Пособие «Тематические тесты». Тест 10. Целые числа.

9.1. Какие числа называют целыми

Методический комментарий

Подходы к изучению данного материала существенно отличаются от принятых в школьных учебниках математики. Прежде всего вводится подготовительный этап, в ходе которого с помощью игровых упражнений учащиеся получают наглядно-интуитивные представления о положительных и отрицательных числах, включая сложение целых чисел с одинаковыми и разными знаками.

Основное дидактическое средство — игра с кубиками «Выигрыш — проигрыш» (кубики можно сделать из бумажных заготовок). Соответствующие упражнения приводятся в рабочей тетради (в разделе «Введение в целые числа»). Эти упражнения (как и остальные в этом разделе) следует выполнить с учащимися до того, как вы приступите к рассмотрению материала учебника.

При выполнении упражнений, в которых фактически выполняется сложение целых чисел, желательно приучать учащихся к рассуждениям вслух. Они могут быть, например, такими: «Запись $(-5) + (+2)$ означает, что проигрышных очков выпало 5, а выигрышных — 2. Общий счёт проигрышный, так как проигрыш «перевешивает». Общий счёт равен -3 ».

Комментарий к упражнениям

708. Результаты можно сравнить с данными, приведёнными в географическом атласе мира.

Название горы	Высота над уровнем моря (м)	Название моря	Наибольшая глубина (м)
Эльбрус	5642	Каспийское	1025
Монблан	4807	Чёрное	2210
Этна	3340	Красное	3039
Олимп	2917	Японское	3720
Везувий	1281		

713. Сначала можно определить доход (убыток) для каждой картины:

+500 р., -1000 р., -2000 р., +2000 р., -500 р.,

а затем подвести итог: -1000 (р.).

715. С помощью знака « $\leftarrow$ » записывается число, противоположное данному.

716. Возможны такие рассуждения: а) записано число, противоположное числу $+11$, — это число -11 ; в) записано число, противоположное числу -7 , — это число $+7$.

9.2. Сравнение целых чисел

Методический комментарий

К моменту изучения темы учащиеся должны правильно понимать и употреблять в речи термины: положительное число, отрицательное число, целые числа, противоположное число; замечать, что два данных числа (не равные нулю) либо числа одного знака, либо числа разных знаков.

Вопрос о сравнении целых чисел связывается с их расположением в ряду целых чисел, который предполагается изобразить на рисунке (схематично), а впоследствии можно представлять мысленно. Отработке навыка сравнения чисел способствуют упражнения из рабочей тетради, где всё внимание учащихся привлекается к существу рассматриваемого вопроса.

Комментарий к упражнениям

731. О т в е т записывается в виде «фрагмента» ряда целых чисел:

б) $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

735. О т в е т обязательно проиллюстрируйте числовым примером:

2) пусть $a = -3$, $b = -2$, т. е. $a < b$, тогда $-a = -(-3) = 3$, $-b = -(-2) = 2$, $3 > 2$, т. е. $-a > -b$.

9.3. Сложение целых чисел

Методический комментарий

К изучению темы ученики подготовились в ходе предварительного этапа, когда они играли в игру «Выигрыш — проигрыш» с кубиками. Понятие модуля числа будет введено позже, здесь же предполагается, что учащиеся будут опираться на тот образ (выигрыш — проигрыш, или доход — расход,

или какой-либо иной), который был сформирован на предварительном этапе. При выполнении серии упражнений **739, 740** основное внимание уделяется определению знака суммы в зависимости от знака слагаемых. Правильность усвоения материала проверяется в ходе рассуждений, которые ученики проводят при выполнении последующих упражнений.

Специальное внимание уделяется сложению с использованием переместительного и сочетательного законов сложения. Сначала выполняется упражнение из рабочей тетради, а потом похожие на него упражнения из учебника (**749—751**). Это поможет в дальнейшем восприятию выражений вида $-3 + 4 - 8 - 11 + 2$ как суммы, что весьма непросто для учащихся.

Здесь и далее в вычислениях с целыми и рациональными числами привлекается внимание к числовым подстановкам в буквенное выражение (упражнения **752, 754, 756**).

Комментарий к упражнениям

739—744. Все данные числа — компоненты действия — записываются в скобках.

745. Это очень важное упражнение. Оно нацелено на формирование умений записывать сумму положительных и отрицательных чисел, опуская скобки там, где это возможно, а также понимать соответствующие записи. Полезно сопоставить такие записи: $(+6) + (-7)$ и $6 + (-7)$, $(-7) + (-3)$ и $-7 + (-3)$, $(-8) + (+4)$ и $-8 + 4$. В первом случае положительное число записано без знака «+»; во втором случае отрицательное слагаемое, стоящее на первом месте, записано без скобок; в третьем случае первое отрицательное слагаемое записано без скобок, положительное слагаемое без знака «+» (знак «+» в выражении $-8 + 4$ — это знак действия сложения).

748. Решается подбором.

755. в) $(-60) + (-59) + (-58) + \dots + (-51) + (-50) + \dots + (-1) + 0 + 1 + \dots + 50 = (-60) + (-59) + (-58) + \dots + (-51) = ((-60) + (-51)) \cdot 10 = -1110$.

9.4. Вычитание целых чисел

Методический комментарий

Успех изучения темы определяется пониманием важной идеи — возможности замены действия вычитания действием сложения. Поэтому примеры, аналогичные представленным на с. 198—199 учебника, должны быть разобраны и записаны на доске и в тетради.

Упражнения **760—765** помогут освоить умение перейти от разности чисел к их сумме и закрепить навык сложения чисел с одинаковыми знаками и с разными знаками. Особое внимание уделяется «длинным» выражениям (**766, 767, 769—772**).

Комментарий к упражнениям

762. Здесь и далее полезна промежуточная запись, выполняемая одновременно с произносимым вслух правилом вычитания.

767. Упражнению предшествует заполнение таблицы, данной в рабочей тетради. Здесь учащиеся сначала называют положительные слагаемые и записывают их сумму, а затем называют отрицательные слагаемые и записывают их сумму.

771. Усложнение за счёт увеличения числа слагаемых.

772. а) Желательно заметить противоположные слагаемые -23 и 23 , сумма которых равна 0 , а затем найти сумму: $14 + (-37) + 56 + (-13) = 70 + (-50) = 20$.

9.5. Умножение и деление целых чисел

Методический комментарий

Важнейшим моментом при рассмотрении умножения являются так называемые правила знаков. Их мотивировка естественна в случаях умножения на положительное число и требует некоторой догадки и домысливания при умножении на отрицательное число. Камнем

преткновения может оказаться случай умножения двух отрицательных чисел. Поэтому в учебнике приводится мотивировка (с. 202—203) целесообразности принятого правила.

Запоминанию правил способствуют разнообразные упражнения, приводимые в учебнике (упражнения **783**, **784**). Хорошо, если в ходе последующих упражнений учащиеся заметят, что произведение будет положительным или отрицательным в зависимости от того, чётное или нечётное число отрицательных множителей входит в его состав (упражнения **784**, **785**).

Правила знаков для деления целых чисел объясняются просто, если хорошо усвоены правила знаков для умножения. Можно выписать 4 пары равенств:

$$\text{так как } 2 \cdot 3 = 6, \text{ то } 2 = 6 : 3;$$

$$\text{так как } 2 \cdot (-3) = (-6), \text{ то } 2 = (-6) : (-3);$$

$$\text{так как } (-2) \cdot 3 = (-6), \text{ то } -2 = (-6) : 3;$$

$$\text{так как } (-2) \cdot (-3) = 6, \text{ то } -2 = 6 : (-3).$$

Рассмотрев правые равенства, можно сформулировать вывод, приведённый на с. 204 учебника, затем выполнить задания из рабочей тетради и упражнения **787** и **788** из учебника. Навыки умножения и деления целых чисел закрепляются в упражнениях **792** и **793** учебника.

В ходе изучения следующего пункта — «Множества. Комбинаторика» целесообразно продолжить выполнять упражнения на все действия с целыми числами (задания типа **792**), чтобы к моменту изучения рациональных чисел учащиеся свободно оперировали числами со знаком.

Комментарий к упражнениям

782. В ы в о д: чтобы умножить число на -1 , надо изменить знак этого числа на противоположный.

790. Найти неизвестный компонент действия можно подбором.

794. 2) Неверно, например: $(-3) + 5 = 2$;

4) неверно, например: $(-2) \cdot (-3) = 6$.

795. а) 4 способа: $-21 = 1 \cdot (-21) = 3 \cdot (-7) = (-1) \cdot 21 = (-3) \cdot 7$.

Глава 10. Множества. Комбинаторика (9 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Характеристика основных видов деятельности учащихся
10.1. Понятие множества	2	Приводить примеры конечных и бесконечных множеств. Строить речевые конструкции с использованием теоретико-множественной терминологии и символики, переводить утверждения с математического языка на русский и наоборот. Формулировать определение подмножества, иллюстрировать понятие подмножества с помощью кругов Эйлера. Обсуждать соотношения между основными числовыми множествами. Записывать на символическом языке соотношения между множествами и приводить примеры различных вариантов их перевода на русский язык. Исследовать вопрос о числе подмножеств конечного множества
10.2. Операции над множествами	2	Формулировать определения объединения и пересечения множеств. Иллюстрировать эти понятия с помощью кругов Эйлера. Использовать схемы в качестве наглядной основы для разбиения множества на непересекающиеся подмножества. Приводить примеры

		классификаций из математики и из других областей знания
10.3. Решение задач с помощью кругов Эйлера	2	Проводить логические рассуждения по сюжетам текстовых задач с помощью кругов Эйлера
10.4. Комбинаторные задачи	3	Решать комбинаторные задачи с помощью перебора возможных вариантов, в том числе путём построения дерева возможных вариантов. Строить теоретико-множественные модели некоторых видов комбинаторных задач

Основные цели: обучить использованию простейших теоретико-множественных понятий (терминов и символов) как элементов математического языка; развить умение решать комбинаторные задачи перебором возможных вариантов.

Обзор главы. Глава начинается со знакомства с простейшими базовыми понятиями теории множеств (множество, элемент множества, конечное множество, бесконечное множество, пустое множество, подмножество, объединение множеств, пересечение множеств). Изложение материала строится с привлечением разнообразных математических и нематематических примеров. Овладевая новой терминологией и символикой, учащиеся одновременно получают возможность вспомнить некоторые факты о числах и фигурах, а также обобщить и систематизировать некоторые знания путём рассмотрения соотношений между множествами чисел, множествами четырёхугольников и т. д. Рассмотрение операций над множествами завершается обсуждением математической сущности такого важного в общеобразовательном и общекультурном плане понятия, как «классификация».

В соответствии с общей линией, принятой в учебниках, в этой главе продолжается решение задач арифметическим способом. Здесь рассматривается некоторый тип задач, для решений которых удобно использовать круги Эйлера.

Завершается глава пунктом, посвящённым решению комбинаторных задач. Как и в 5 классе, они решаются перебором всех возможных вариантов. При этом для трёх типичных задач строятся их математические (теоретико-множественные) модели, позволяющие осознать сущность каждой задачи, идею, общность приёма решения задач данного типа.

Таким образом, введённые теоретико-множественные понятия «работают» на протяжении всей главы, что обеспечивает содержательное единство рассматриваемых в ней вопросов.

10.1. Понятие множества

Методический комментарий

В пункте прежде всего разъясняется, что в математике обозначают словом «множество», рассматриваются способы задания конечных и бесконечных множеств, вводится понятие подмножества. В результате его изучения учащиеся должны владеть терминами «множество», «элемент множества», «подмножество» (знать определение этого понятия), а также понимать и уметь использовать соответствующую символику, приводить примеры конечных и бесконечных множеств, пустого множества.

Подчеркнём, что основному понятию теории множеств — понятию множества — нельзя дать строгое определение, так как оно является наиболее общим и ни в каких других понятиях не содержится. Обороты речи типа «множество — это совокупность предметов, объединённых в одно целое некоторым общим признаком» являются не математическим определением, а лишь попыткой разъяснить смысл этого термина. Из сказанного должно быть понятно: задавать детям вопрос «Что такое множество?» не следует.

В то же время важно, чтобы термин «множество» не ассоциировался у учащихся со словом «много». Они должны знать, что число элементов конечного множества может быть любым и что в математике рассматривается и так называемое пустое множество, не содержащее ни одного элемента.

При введении понятия подмножества учащиеся знакомятся со специальными схемами, с помощью которых принято иллюстрировать соотношения между множествами — кругами Эйлера (это название появляется в п. 10.3). Это чрезвычайно удобный наглядный инструмент, который часто облегчает рассуждения. Нужно, чтобы учащиеся не только разбирали и комментировали готовые схемы, но и научились самостоятельно их строить и опираться на них в ходе рассуждений.

Упражнения к пункту направлены на достижение двух целей: усвоение терминов и символики, введённых в тексте, а также обучение использованию теоретико-множественных понятий для описания уже известных учащимся фактов о числах и геометрических фигурах.

Комментарий к упражнениям

804. Конечным являются множества, указанные в заданиях «б» и «г». В сильном классе можно в каждом из этих случаев задать *дополнительный вопрос*: «Сколько элементов содержит это множество?»

805. а) Множество двузначных чисел, записанных с помощью одной цифры;

б) множество правильных дробей со знаменателем, равным 7;

в) множество натуральных чисел, кратных 5;

г) множество правильных дробей, у которых знаменатель на 1 больше числителя.

806. б) Пустым является множество C ; это утверждение учащиеся должны обосновать, сославшись на соответствующую геометрическую теорему. А чтобы доказать, что множество D не пустое, они должны начертить четырёхугольник, у которого два прямых угла.

812. $A \subset C$. Можно провести аналогию с очевидным свойством неравенств: если $a < b$ и $b < c$, то $a < c$ (проиллюстрируйте это на координатной прямой).

813. Задание трудное, оно предназначено только для сильных учащихся, и лучше его дать после изучения п. 10.2.

1) Может. Возможны варианты: или $B \subset C$, или $C \subset B$ (учащиеся должны сделать рисунки).

2) Может. Например: B — множество натуральных чисел, кратных 2; C — множество натуральных чисел, кратных 3; A — множество натуральных чисел, кратных 6.

814. 8 подмножеств: 3 одноэлементных, 3 двухэлементных, пустое множество и само данное множество.

10.2. Операции над множествами

Методический комментарий

В этом пункте выделены два фрагмента. В первом из них рассматриваются две операции над множествами — объединение множеств и пересечение множеств. Учащиеся должны знать определение этих понятий, уметь иллюстрировать их на кругах Эйлера, выполнять эти операции над множествами в некоторых несложных случаях (в том числе находить объединение и пересечение множеств, когда одно из них является подмножеством другого или когда они не имеют общих элементов), приводить свои примеры.

Обращаем внимание учителя на упражнения **824** и **825**, в которых круги Эйлера служат наглядной основой для построения словесных логических конструкций. Развивающий потенциал заданий такого рода очень высок. Поэтому при наличии времени можно предложить учащимся (на этих уроках или на следующих) упражнения, суть которых состоит в содержательной интерпретации схематических рисунков. Например:

1. На схеме большой круг изображает всех шестиклассников школы, круг *М* — тех из них, кто обучается ещё и в музыкальной школе, круг *С* — тех, кто занимается в какой-либо спортивной секции (ученики должны заготовить в своих тетрадях от руки шесть одинаковых рисунков, подобных рисунку 10.7 из учебника, обозначив малые круги буквами *М* и *С*). Покажите на рисунке штриховкой множество шестиклассников, которые:

- а) занимаются и музыкой, и спортом;
- б) не занимаются ни тем ни другим;
- в) занимаются дополнительно только музыкой;
- г) ходят в какую-либо спортивную секцию, но не занимаются музыкой;

д) занимаются дополнительно чем-то одним — или музыкой, или спортом;

е) имеют хотя бы одно из этих дополнительных занятий.

2. Задание, обратное предложенному выше. Ученикам предлагается какой-то сюжет и рисунок по типу рисунка 10.7, в котором заштрихована некоторая область. Требуется дать словесное истолкование выделенного множества.

Во втором фрагменте рассматривается понятие классификации. Заметим, что этот термин знаком учащимся уже с начальной школы. Теперь этому понятию даётся математическое истолкование с помощью теоретико-множественного языка. Смысл рассмотрения этого вопроса состоит в том, чтобы подчеркнуть возможность применения математического аппарата в самых разных областях человеческого знания. Изучение материала преследует общеобразовательные, общекультурные цели, поэтому не надо требовать от учащихся запоминания и воспроизведения текста учебника, в котором даётся математическое истолкование термина «классификация». Достаточно ограничиться объяснением и выполнением упражнений из учебника.

Комментарий к упражнениям

820. Данные слова — однокоренные. а) В пересечение множеств входят все буквы общего корня, т. е. *з*, *и*, *м*. б) Множество содержит 10 букв; это буквы, которые входят хотя бы в одно из данных слов.

821. Сначала множества *C* и *D* надо выписать.

а) Есть сложные моменты. Например, число -2 входит в множество *C*, но не входит в множество *D*, поэтому оно входит в их объединение, но не входит в пересечение.

822. а) Сначала надо задать перечислением элементов каждое из множеств *A* и *B*, т. е. выписать все делители числа 18 и числа 24. Пересечение

множеств — это общие делители данных чисел. Наибольший элемент пересечения — наибольший общий делитель. Он равен 6.

б) Чтобы облегчить выполнение задания, надо выписать несколько первых элементов данных множеств. Множество A : 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...; множество B : 6, 12, 18, 24, 30, Пересечению множеств принадлежат числа, кратные и 4, и 6, т. е. их общие кратные. Это числа 12, 24, 36, Наименьший элемент этого множества — число 12; это наименьшее общее кратное чисел 6 и 4.

823. а) Числа, кратные и 2, и 5, т. е. кратные 10;

б) нечётные числа, кратные 5, т. е. числа, оканчивающиеся на 5;

в) числа, кратные 4;

г) числа, кратные 3.

В случаях «в» и «г» одно из данных множеств является подмножеством другого. В ходе рассуждений надо использовать схему (см. рис. 10.5 из учебника).

826. Пересечение любого множества с пустым множеством есть пустое множество; объединение любого данного множества с пустым множеством есть данное множество. Аналогия со свойствами нуля при умножении и сложении чисел.

10.3. Решение задач с помощью кругов Эйлера

Методический комментарий

В пункте рассматривается некоторый класс арифметических задач, для решения которых оказывается очень удобным проведение рассуждений с опорой на схемы — круги Эйлера. С помощью последовательного заполнения числовыми данными областей на схеме запутанное условие становится ясным и наглядным.

Объяснение метода решения проводится на примере разбора типичной задачи. К пониманию проводимых рассуждений, анализу схемы учащиеся хорошо подготовлены содержанием и упражнениями предыдущего пункта.

Комментарий к упражнениям

833—835 — это варианты задачи, разобранный в тексте. Их надо решать в той последовательности, в которой они даны в учебнике.

833. Полный аналог задачи в тексте (см. рис. 9). О т в е т: 10.

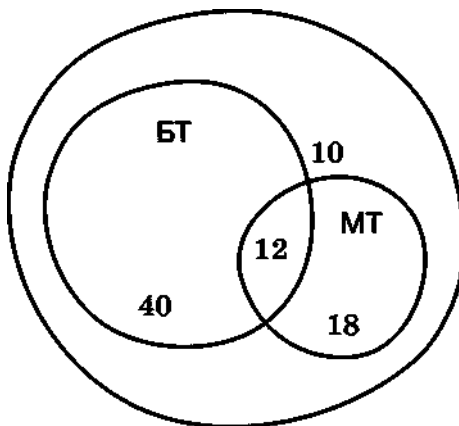


Рис. 9

834. Опять последовательно заполняем схему. Для ответа на первый вопрос надо найти число, которое следует записать в общую часть кругов Б и В. Сначала поставим 0 во внешней части кругов Б и В (см. рис. 10). Далее рассуждаем так: из 15 мальчиков 10 занимаются волейболом, значит, *не занимаются* волейболом 5 человек; вписываем число 5 в область круга Б, не принадлежащую кругу В. Значит, только баскетболом занимаются 5 человек. А так как всего баскетболом занимаются 9 мальчиков, то в свободную часть круга Б надо вписать число 4. Таким образом, и волейболом и баскетболом занимаются 4 мальчика.

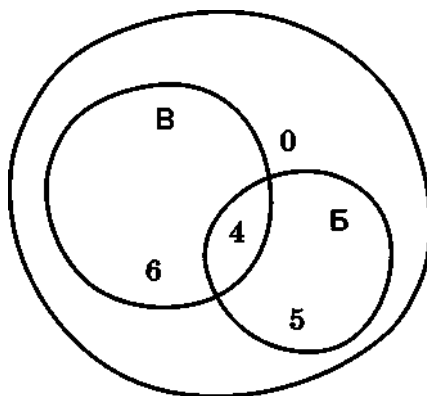


Рис. 10

Меняем условие. Один из мальчиков не занимается спортом — вписываем во внешнюю часть кругов Б и В число 1 (см. рис. 11). Значит, в

соответствии с новым условием спортом занимаются 14 мальчиков. Далее рассуждаем как при ответе на первый вопрос.

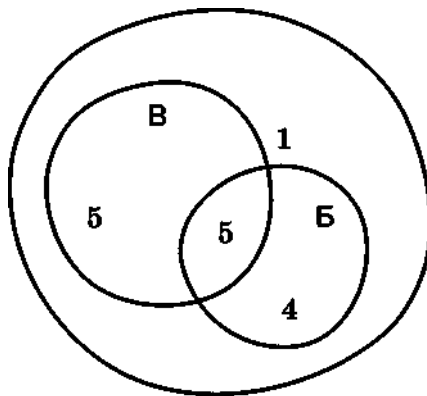


Рис. 11

835. Сначала узнаем, что хотя бы один из этих предметов имеет $100 - 8 = 92$ (семьи). Далее получаем аналог задачи **834**.

836. По существу, это не задача. Смысл этого упражнения — обучение анализу схемы, иллюстрирующей соотношение между тремя подмножествами некоторого множества. Подобные схемы ученики должны будут самостоятельно чертить и заполнять при решении задач **837** и **838**.

10.4. Комбинаторные задачи

Методический комментарий

Как и в 5 классе, комбинаторные задачи решаются здесь перебором возможных вариантов. Перебор может осуществляться путём непосредственного выписывания всех возможных комбинаций в соответствии с выбранной логикой перебора или с помощью другого известного детям приёма — построения дерева возможных вариантов. Но есть и существенное продвижение по сравнению с 5 классом: для задач, рассмотренных в теоретической части пункта, обсуждаются их математические модели (они описываются на языке теории множеств). Иными словами, раскрывается математическая структура задачи; ученики абстрагируются от конкретного сюжета и получают возможность осознать суть общего приёма решения.

Упражнения группы **А** — это всё аналоги задач, разобранных в тексте. Подчеркнём, что объяснение нужно начать с решения задачи из текста, ответа на вопросы к этой задаче и только потом переходить к выполнению соответствующих упражнений. Так, упражнения **843—845** дублируют задачу 1, упражнения **846—849** — вариации на тему задачи 2, упражнение **850** — аналог задачи 3. Вполне возможно, что при выполнении упражнений ученики смогут дать ответ на вопрос сразу, не выполняя перебора, а опираясь на результат, полученный в ходе разбора задачи из текста. Но настаивать на этом не следует. Это возможно только в том случае, если ученик сам увидит, что он имеет дело с уже знакомой задачей (просто сюжет другой) и что ответ ему известен. Что касается задач группы **Б**, то они все разные, в них содержатся другие идеи.

Ещё одно замечание. Во втором примере в тексте учебника с помощью перебора решается задача, относящаяся к известному классу комбинаторных задач, подразумевающих составление всевозможных пар из некоторого множества элементов. В этот класс входят задачи на такие сюжеты, как однокруговые турниры, рукопожатия, отрезки, попарно соединяющие точки и т. д. Для них есть другой способ решения, который также позволяет получить ответ путём рассуждений, без использования формул. Например, в задаче о рукопожатиях можно было бы рассуждать так. Каждый из приятелей пожал руку семи друзьям. Так как приятелей было 8, то, умножив 7 на 8, получим 56 рукопожатий. Но нам всё равно, кто кому пожимает руку — Иванов Петрову или Петров Иванову, это одно и то же рукопожатие. Поэтому произведение 56 надо разделить на 2. Получим уже известный о т в е т: всего было 28 рукопожатий. Учитель может показать такой способ рассуждений, но, на наш взгляд, в 6 классе предпочтительнее непосредственный перебор. А с этим новым приёмом дети смогут познакомиться в 7 классе, когда будут изучать комбинаторное правило умножения.

Комментарий к упражнениям

852. а) Рассмотреть, сколько имеется вариантов выбора из четырёх друзей того, кто не пойдёт на матч, и осознать, что это и есть ответ на вопрос.

б) Достаточно подсчитать, сколькими способами можно выбрать двух спортсменов из четырёх кандидатов. Ответ на оба вопроса один и тот же.

853. Достаточно рассмотреть все возможные варианты того, какие монеты можно положить в один карман (при этом надо не забыть, что можно в этот карман ничего не класть).

855. Выпишем все возможные двухбуквенные слова, составленные из букв Р, А, Н, Ф. Для этого возьмём одну букву (зафиксируем её) и припишем к ней поочерёдно остальные. Получим:

РА РН РФ
АР АН АФ
НР НА НФ
ФР ФА ФН

О т в е т: 12 словарей.

856. Выпишем сначала все коды, содержащие одну единицу, затем — две единицы, далее — три единицы. Получим:

0001 0010 0100 1000 — 4 варианта
0011 0101 0110 1001 1010 1100 — 6 вариантов
0111 1011 1101 1110 — 4 варианта

О т в е т: в худшем случае придётся сделать 14 попыток.

Глава 11. Рациональные числа (16 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Дидактические материалы	Характеристика основных видов деятельности учащихся
11.1. Какие числа называют рациональными	2	120—124 (с. 48)	—	Применять в речи и понимать терминологию, связанную с рациональными числами; распознавать натуральные, целые, дробные, положительные, отрицательные числа; характеризовать множество рациональных чисел. Применять символьные обозначения для записи утверждений о рациональных числах, о соотношениях между подмножествами множества рациональных чисел. Применять символьное обозначение противоположного числа, объяснять смысл записей типа $(-a)$, упрощать соответствующие

				записи. Изображать рациональные числа точками координатной прямой
11.2. Сравнение рациональных чисел. Модуль числа	2	—	О-40, П-31	Моделировать с помощью координатной прямой отношения «больше» и «меньше» для рациональных чисел. Применять и понимать геометрический смысл понятия модуля числа, определять модуль рационального числа, использовать символьное обозначение модуля для записи и чтения утверждений. Сравнивать и упорядочивать рациональные числа
11.3. Действия с рациональными числами	5	—	О-41, О-42, «Проверь себя», П-32, П-33	Формулировать правила сложения двух чисел одного знака, двух чисел разных знаков, правило вычитания из одного числа другого; применять эти правила для вычисления сумм, разностей. Выполнять числовые подстановки в суммы и разности, записанные с помощью букв, находить соответствующие их значения. Проводить несложные исследования, связанные со свойствами суммы нескольких рациональных

				чисел (например, замена знака каждого слагаемого). Формулировать правила нахождения произведения и частного двух чисел одного знака, двух чисел разных знаков, применять эти правила при умножении и делении рациональных чисел. Находить квадраты и кубы рациональных чисел. Вычислять значения числовых выражений, содержащих разные действия. Выполнять числовые подстановки в простейшие буквенные выражения, находить соответствующие их значения
11.4. Что такое координаты	2	—	—	Приводить примеры различных систем координат в окружающем мире, определять и записывать координаты объектов в различных системах координат (шахматная доска; широта и долгота, азимут и т. д.)
11.5. Прямоугольные координаты на плоскости	3	125—131 (с. 49—55)	—	Объяснять и иллюстрировать понятие прямоугольной системы координат на

				плоскости, применять в речи и понимать соответствующие термины и символику. Строить на координатной плоскости точки и фигуры по заданным координатам, определять координаты точек. Проводить несложные исследования, связанные с расположением точек на координатной плоскости
Обзор и контроль	2			

Основные цели: выработать навыки действий с положительными и отрицательными числами, сформировать представление о координатах, познакомить с прямоугольной системой координат на плоскости.

Обзор главы. Основное внимание при изучении рациональных чисел уделяется обобщению и развитию знаний, полученных учащимися в ходе изучения целых чисел. При этом уровень сложности вычислительных заданий ограничен: он не выходит за рамки необходимого для последующего применения. Учащиеся должны научиться сравнивать рациональные числа, аргументируя свой ответ любым подходящим образом, изображать числа точками на координатной прямой, выполнять арифметические действия над положительными и отрицательными числами.

Здесь же продолжается линия решения текстовых задач.

Учащиеся учатся составлять уравнение по условию задачи и находить из него нужную величину (или число объектов).

Для более отчётливого понимания собственно идеи координат в учебнике рассматриваются примеры различных систем координат. Важно, чтобы ученики поняли сущность координат как способа записи и определения положения того или иного объекта. Основным результатом обучения при изучении данного пункта является приобретение умения определять координаты точки в прямоугольной системе координат на плоскости, а также отмечать точку по заданным координатам.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Зачёт 6. Рациональные числа.

Пособие «Тематические тесты». Тест 12. Рациональные числа. Тест 13. Прямоугольные координатные плоскости.

11.1. Какие числа называют рациональными

Методический комментарий

В ходе изучения пункта целесообразно стремиться к тому, чтобы учащиеся научились правильно употреблять и понимать все известные им термины, связанные с числами: натуральное, дробное, положительное, отрицательное, рациональное число.

Координатная прямая играет исключительно важную роль при дальнейшем изложении материала. Необходимо, чтобы учащиеся понимали, что построение координатной прямой требует выбора единичного отрезка и положительного направления. В результате ученики должны уметь строить точку по её координатам, а также решать обратную задачу. Полезно в классе иметь модель координатной прямой в любом виде — в электронном, из бумаги или полоски фанеры, чтобы использовать её при изучении этой и следующей темы.

Комментарий к упражнениям

872. При выполнении упражнения надо обсудить с учениками, почему выбран указанный единичный отрезок (варианты ответов: чтобы чертёж был достаточно крупным, умещался на странице тетради; чтобы удобно было отмечать дробные числа).

873. Ещё раз обратить внимание учащихся: противоположным числам соответствуют точки, расположенные по разные стороны от точки начала отсчёта и на одном и том же расстоянии от неё. Вывод используется в упражнении **879**.

11.2. Сравнение рациональных чисел. Модуль числа

Методический комментарий

В материале пункта присутствуют два подхода: содержательно-интуитивный — сравнение чисел с опорой на расположение чисел на координатной прямой; формализованный — сравнение чисел на основе

сформулированных правил, в том числе с использованием понятия «модуль числа».

Первому подходу соответствует выполнение заданий в объяснительном тексте, которые основываются на факте: из двух чисел больше то, которое на координатной прямой расположено правее, и меньше то, которое на координатной прямой расположено левее. Их выполнение ещё раз закрепит подмеченные следующие свойства: любое отрицательное число меньше нуля и любое положительное число больше нуля, любое положительное число больше любого отрицательного и т. д.

Определение модуля числа и его геометрическая интерпретация приводятся в учебнике (с. 234); сознательному усвоению этого понятия поможет система специальных упражнений (задания **889, 893—895**).

Комментарий к упражнениям

900—907. Эти упражнения полезны для развития обобщённых представлений о рациональных числах. Выводы целесообразно предварять числовыми экспериментами. Например, при выполнении упражнения **905 «г»** можно рассуждать так: числа c и d отрицательные, так как на координатной прямой расположены левее нуля. Число d расположено левее числа c , и, следовательно, d дальше от нуля, чем c . Поэтому $|d| > |c|$.

11.3. Действия с рациональными числами

Методический комментарий

Объяснительный текст пункта подразделяется на три блока: сложение и вычитание рациональных чисел, умножение и деление рациональных чисел,

равенство $-\frac{x}{y} = \frac{-x}{y} = \frac{x}{-y}$ и его применение при вычислениях.

Соответствующие блоки есть и в упражнениях к пункту, кроме того, в них

добавляется ещё и четвёртый блок — совместные действия с рациональными числами.

Вся трудность усвоения действий над рациональными числами состоит в том, что, действуя с целыми числами, ученик оперировал с конкретными количествами, которые мог свободно представить и реально производить операции над ними. Теперь приходится сделать переход к выполнению действий по формальным алгоритмам. Учителю надо иметь в виду, что для некоторых учеников такой переход труден, они долго «цепляются» за содержательные представления и не могут действовать формально. Здесь требуется индивидуальный подход, в частности привлечение материалов, аналогичных заданиям из дидактических материалов.

При выполнении заданий на вычисление суммы (произведения, частного) двух чисел учащиеся должны последовательно отвечать на вопросы: какой знак имеет сумма (произведение, частное)? Как найти модуль суммы (произведения, частного)?

Не следует спешить с использованием различных возможностей для вычислений, в частности, рассмотренной в учебнике на с. 240, где равенство

$-\frac{5}{6} \equiv \frac{-5}{6} \equiv \frac{5}{-6}$ позволяет показать третью запись для примера 1, а именно:

$$-\frac{1}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{-3}{5} = \frac{-1 + (-3)}{5} = \frac{-4}{5}.$$

Комментарий к упражнениям

915. По ходу вычислений можно ставить вопросы: какое слагаемое имеет больший модуль? Какой знак имеет это слагаемое? Какой знак имеет сумма? Как найти модуль суммы, модули слагаемых?

920, 921. Отрабатываются различные случаи вычитания отрицательного и положительного чисел.

924. Надо напоминать учащимся, что любое выражение, содержащее лишь знаки сложения и вычитания, можно рассматривать как сумму. Упрощение вычисления значения выражения (вычисление отдельно суммы положительных слагаемых и отрицательных слагаемых) основывается на применении законов сложения.

940—942. Упражнения необходимо дополнить упражнениями на совместные действия из дидактических материалов.

954. Полезен вывод: чётная степень отрицательного числа — положительное число, нечётная степень отрицательного числа — отрицательное число.

958. 1) В ы в о д: если в данном выражении изменить знак перед каждым числом на противоположный, то получится выражение, значение которого противоположно значению данного выражения.

$$2) а) - (-15 + 8) = 15 - 8.$$

11.4. Что такое координаты

Методический комментарий

Основная цель — познакомить учащихся с идеей системы координат, привлекая доступные для их понимания примеры. В дополнение к упражнениям учебника можно выполнить практическую работу по туристической схеме какого-нибудь города. На листе со схемой обычно приводится список достопримечательностей с указанием места расположения каждой из них (в виде записи координат квадрата, в котором отмечена достопримечательность). Учитель может предложить по указанным координатам найти ту или иную достопримечательность на карте, а также отметить место расположения школы (почты, стадиона и т. д.) и определить её координаты.

Комментарий к упражнениям

969. Для упражнения понадобятся транспортир и линейка.

Маршрут: палатка, 50° , 80 м; озеро, 0° , 120 м; луг, 65° , 60 м; сухое дерево, 50° , 90 м; белый камень, 35° , 170 м.

11.5. Прямоугольные координаты на плоскости

Методический комментарий

Учащиеся должны уметь отмечать на координатной плоскости точку по заданным координатам, уметь читать координаты отмеченной точки.

При объяснении материала фрагмент, связанный с определением координат точки, показанный в учебнике в виде серии рисунков (см. рис. 11.29), целесообразно воспроизвести на доске и в тетради на одном и том же рисунке, например для точки $A(5; -3)$, акцентируя внимание на каждом шаге. Особое внимание учащихся следует обратить на то, что если переставить местами координаты точки, то получится другая точка (кроме случая, когда координаты равны), а также на то, что нельзя определить положение точки, зная только одну её координату.

При построении точки по её координатам полезно приучить учащихся к определённому порядку. Пусть, например, надо отметить точку $A(5; -3)$. Для этого читаем первую координату «5» и от начала координат кончиком карандаша «проходим» вправо 5 единиц; читаем вторую координату «-3» и продолжаем движение кончиком карандаша — опускаемся вниз на 3 единицы; отмечаем точку A .

Комментарий к упражнениям

977. Полезно предложить учащимся ещё до построения точки с заданными координатами определить, в какой координатной четверти она расположена.

979. *Дополнительный вопрос:* «Через какие координатные четверти проходит прямая AB ? прямая DE ? прямая $СК$?»

984. б) *Дополнительное задание.* Укажите координаты точки пересечения диагоналей построенного четырёхугольника.

Глава 12. Многоугольники и многогранники (10 уроков)

Примерное поурочное планирование учебного материала

Пункт учебника	Число уроков	Рабочая тетрадь	Характеристика основных видов деятельности учащихся
12.1. Параллелограмм	3	69—78 (с. 83—86)	Распознавать параллелограмм на чертежах, рисунках, в окружающем мире. Изображать параллелограмм с использованием чертёжных инструментов. Моделировать параллелограмм, используя бумагу, пластилин, проволоку и т. д. Исследовать и описывать свойства параллелограмма, используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование. Формулировать, обосновывать, опровергать с помощью контрпримеров утверждения о свойствах параллелограмма. Сравнивать свойства параллелограммов различных видов: ромба, квадрата, прямоугольника. Выдвигать гипотезы, строить логическую цепочку рассуждений о свойствах параллелограммов различных видов, объяснять их. Конструировать способы построения параллелограммов по заданным рисункам,

			осуществлять самоконтроль, проверяя соответствие полученного изображения заданному
12.2. Площади	3	81—87 (с. 88—91)	Изображать равноставленные фигуры, определять их площади. Моделировать геометрические фигуры из бумаги (перекраивать прямоугольник в параллелограмм, достраивать треугольник до параллелограмма). Сравнивать фигуры по площади. Формулировать свойства равноставленных фигур. Составлять формулы для вычисления площади параллелограмма, площади прямоугольного треугольника. Выполнять измерения и вычислять площади параллелограмма и треугольника. Использовать компьютерное моделирование и эксперимент для изучения свойств геометрических фигур. Строить логическую цепочку рассуждений о равновеликих фигурах. Решать задачи на нахождение площадей параллелограммов и треугольников
12.3. Призма	2	90—92 (с. 94—95)	Распознавать призмы на чертежах, рисунках, в окружающем мире. Называть призмы. Копировать призмы, изображённые на клетчатой бумаге, осуществлять самоконтроль, проверяя соответствие полученного изображения заданному.

		Моделировать призмы, используя бумагу, пластилин, проволоку и т. д., изготавливать из развёрток. Определять взаимное расположение граней, рёбер, вершин призмы. Исследовать свойства призмы, используя эксперимент, наблюдение, измерение, моделирование. Описывать свойства призмы, используя соответствующую терминологию. Формулировать утверждения о свойствах призмы, опровергать утверждения с помощью контрпримеров. Строить логическую цепочку рассуждений о свойствах призм. Составлять формулы, связанные с линейными, плоскими и пространственными характеристиками призмы. Моделировать из призм другие многогранники
Обзор и контроль	2	

Основные цели: обобщить и расширить знания о треугольниках и четырёхугольниках, познакомить с новыми геометрическими объектами — параллелограммом и призмой.

Обзор главы. Данный раздел является обобщающим, собирательным разделом в геометрической линии курса 5—6 классов. Здесь происходит новый виток в изучении вопросов, рассмотренных ранее. Расширяются представления учащихся о многоугольниках: они знакомятся с новым видом четырёхугольников — параллелограммом, с новыми свойствами треугольников, приобретают новые графические умения по построению многоугольников и более сложные конструктивные умения. Расширяются представления учащихся о площади — они учатся находить площади различных фигур путём их перекраивания.

Задачи в этом разделе часто носят комплексный характер, так как они предполагают знание многих фактов. В связи с этим особенно важным становится выбор из общей системы упражнений тех задач, которые адекватны возможностям учащихся. Подчеркнём также необходимость сохранения практической ориентации при изучении теории и решении задач.

Приведём некоторые рекомендации по изучению конкретных вопросов данного раздела.

Параллелограмм вводится как четырёхугольник, образуемый двумя парами параллельных прямых. Это задаёт и основной способ его построения. Используя способ построения параллельных прямых с помощью угольника и линейки, учащиеся должны уметь чертить различные параллелограммы, строить параллелограмм с заданными сторонами. Уже из этих построений учащимся открываются некоторые свойства параллелограмма: например, они видят, что его противоположные стороны не только параллельны, но и равны.

Дальнейшее знакомство со свойствами параллелограмма основано на том, что он является центрально-симметричной фигурой. Напомним, что все описанные эксперименты должны быть проведены практически: не следует

надеяться на то, что достаточно мысленного выполнения описанных действий. Важно, чтобы учащиеся, каждый раз поворачивая параллелограмм, следили за тем, как ведёт себя тот или иной его элемент, например, где окажется сторона AB , угол A , диагональ AC , треугольник ABD .

Подчеркнём, что рассмотрение свойств параллелограмма в данном курсе — способ знакомства с этой интересной фигурой. В связи с этим задание типа «Перечислите свойства параллелограмма» является неправомерным. В ходе решения задачи то или иное свойство актуализируется в совместной работе учителя и учеников.

Заметим, что через систему задач учащиеся знакомятся с некоторыми способами построения параллелограмма, предполагающими использование различных инструментов. При этом обязательно нужно поддерживать и поощрять фантазию учащихся. Способ построения параллелограмма, основанный на свойстве его диагоналей, не является обязательным и может не рассматриваться в слабом классе или при недостатке времени.

Материал, связанный с классификацией параллелограммов, служит цели систематизации знаний. Важно здесь не только то, что давно знакомый прямоугольник относится к более широкому классу параллелограммов, но и то, что квадрат является частным случаем прямоугольника. Учащимся полезно сравнить свойства параллелограмма и прямоугольника, прямоугольника и квадрата и выделить те из них, которые присущи только прямоугольнику или только квадрату. Естественно, всё это делается с опорой на чертёж в ходе совместного обсуждения.

Знакомясь с правильными многоугольниками, учащиеся активно используют знания, связанные со свойствами углов многоугольников.

Материал пункта «Площади» может быть разделён на две части: теоретическую и практическую.

В теоретической части вводятся новые понятия: равновеликие фигуры и равноставленные фигуры — и новый факт: равноставленные фигуры равновелики. Заметим, что учащиеся могут не сразу усвоить эти термины, на

чём и не надо настаивать. При необходимости следует просто терпеливо «расшифровывать» эти термины.

Не следует оба новых понятия вводить сразу. Сначала нужно напомнить учащимся, как находятся площади прямоугольника и квадрата, а также более сложных фигур, составленных из прямоугольников.

Следующий этап — равенство площадей равносторонних фигур. Для изображения равносторонних фигур используется клетчатая бумага: по клеточкам легко подсчитать площадь фигуры, разбить на две фигуры, на одинаковые части и т. д.

Практическое значение данного материала состоит в том, что теперь учащиеся смогут находить площади параллелограмма и треугольника путём перекраивания. Обращаем внимание учителя на то, что формулы для нахождения площадей этих фигур не вводятся и никакие правила не формулируются. Естественно, что умение перекроить (практически или мысленно) одну фигуру в другую не может быть отнесено к обязательным.

Материалы для контроля.

Пособие «Контрольные работы». Проверочные работы:
8. Параллелограмм. 9. Площади. 10. Призма.

12.1. Параллелограмм

Комментарий к упражнениям

995. б) Воспользоваться двумя параллельными рёбрами линейки.

999. б) Двумя способами: параллелограммы $ABCD$ и $ABDC$.

1003. Сначала лист бумаги нужно дважды перегнуть так, чтобы линии сгиба были перпендикулярны друг другу. Затем нужно загнуть образовавшийся прямой угол.

1008. а) 5; б) рисунок задачи интересен сам по себе. Полезно отыскать на нём все возможные параллелограммы (их всего 16), найти и пометить мягким карандашом равные отрезки, указать параллельные отрезки.

12.2. Площади

Комментарий к упражнениям

1020. Надо провести линию разреза и показать стрелкой, как переложить отрезанную часть. Получившийся квадрат можно выделить цветом.

1024. Ситуацию можно промоделировать: перевести параллелограмм на кальку, разрезать его по красной линии и сложить из получившихся частей прямоугольник. После чего надо сопоставить длины сторон прямоугольника с исходными данными.

12.3. Призма

Комментарий к упражнениям

1041, 1042. Для выполнения задания нужны модели.

1045. а) Можно попросить учащихся показать на проекционном изображении куба, как прошла плоскость распила, а также нарисовать рядом одну из получившихся призм.

Содержание

Общая характеристика курса математики 5—6 классов.....	6
Концепция курса	6
Состав учебно-методического комплекта	7
Характеристика содержания курса	9
Методические особенности и методический аппарат.....	12
Компьютерное обеспечение	15
Планируемые результаты обучения математике в 5—6 классах	18
Поурочное планирование учебного материала	23
Рекомендации по организации	
учебного процесса.....	28
Глава 1. Дроби и проценты (18 уроков).....	28
1.1. Что мы знаем о дробях.....	33
1.2. Вычисления с дробями.....	35
1.3. «Многоэтажные» дроби	37
1.4. Основные задачи на дроби.....	37
1.5. Что такое процент	39
1.6. Столбчатые и круговые диаграммы	41
Глава 2. Прямые на плоскости и в пространстве (7 уроков)	43
2.1. Пересекающиеся прямые	47
2.2. Параллельные прямые	48
2.3. Расстояние	49
Глава 3. Десятичные дроби (9 уроков).....	50
3.1. Десятичная запись дробей	53
3.2. Десятичные дроби и метрическая система мер	55
3.3. Перевод обыкновенной дроби в десятичную	57
3.4. Сравнение десятичных дробей	58
Глава 4. Действия с десятичными дробями (31 урок).....	61
4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей	67

4.2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...	68
4.3. Умножение десятичных дробей	69
4.4. Деление десятичных дробей	70
4.5. Деление десятичных дробей (продолжение)	72
4.6. Округление десятичных дробей	72
4.7. Задачи на движение	73
Глава 5. Окружность (9 уроков)	76
5.1. Окружность и прямая	80
5.2. Две окружности на плоскости	80
5.3. Построение треугольника	81
5.4. Круглые тела	81
Глава 6. Отношения и проценты (14 уроков)	82
6.1. Что такое отношение	85
6.2. Деление в данном отношении	86
6.3. «Главная» задача на проценты	89
6.4. Выражение отношения в процентах	90
Глава 7. Симметрия (8 уроков)	92
7.1. Осевая симметрия	97
7.2. Ось симметрии фигуры	98
7.3. Центральная симметрия	99
Глава 8. Выражения, формулы, уравнения (15 уроков)	100
8.1. О математическом языке	104
8.2. Буквенные выражения и числовые подстановки	105
8.3. Формулы. Вычисления по формулам	107
8.4. Формулы длины окружности, площади круга и объёма шара	109
8.5. Что такое уравнение	111
Глава 9. Целые числа (14 уроков)	113
9.1. Какие числа называют целыми	117
9.2. Сравнение целых чисел	119
9.3. Сложение целых чисел	119

9.4. Вычитание целых чисел.....	121
9.5. Умножение и деление целых чисел	121
Глава 10. Множества. Комбинаторика (9 уроков).....	124
10.1. Понятие множества	127
10.2. Операции над множествами	129
10.3. Решение задач с помощью кругов Эйлера.....	131
10.4. Комбинаторные задачи	133
Глава 11. Рациональные числа (16 уроков)	136
11.1. Какие числа называют рациональными	140
11.2. Сравнение рациональных чисел. Модуль числа.....	141
11.3. Действия с рациональными числами	142
11.4. Что такое координаты	144
11.5. Прямоугольные координаты на плоскости.....	145
Глава 12. Многоугольники и многогранники (10 уроков).....	147
12.1. Параллелограмм	152
12.2. Площади.....	153
12.3. Призма	153
Содержание	154

Учебное издание

Суворова Светлана Борисовна
Кузнецова Людмила Викторовна
Минаева Светлана Станиславовна
Рослова Лариса Олеговна

Математика

Методические рекомендации
6 класс

Пособие для учителей
общеобразовательных организаций

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Л. В. Кузнецова*
Младшие редакторы *Е. А. Андрееenkova, Е. В. Трошко*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *О. Ю. Тупикиной*
Корректор *И. В. Чернова*